ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 22 JUIN 1914.

PRÉSIDENCE DE M. P. APPELL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur quelques fonctions numériques remarquables.* Note de M. G. HUMBERT.

1. Les fonctions numériques entières étudiées dans mes Notes des 26 janvier et 2 février derniers, peuvent être généralisées par l'introduction d'un et même de deux entiers : le premier apparaît quand on remplace les fonctions thêta d'ordre un par des fonctions d'ordre p.

Nous nous bornerons ici à *une* extension de la fonction que nous avons appelée $\psi(x)$; la nouvelle fonction sera désignée par le même symbole, aucune ambiguïté n'étant possible.

Soit posé

$$\Phi_0(x) = \sum_{\rho=-\infty}^{+\infty} q^{\frac{1}{p}\left[p\rho+n+\frac{1}{2}\right]^2} (-1)^\rho e^{(2p\rho+2n+1)ix};$$

$$\Phi(x) = \sum q^{\frac{1}{p}\left[p\rho+n+\frac{p+1}{2}\right]^2} (-1)^\rho e^{(2p\rho+2n+p+1)ix};$$

$$\Phi_1(x) = \sum q^{\frac{1}{p}\left[p\rho+n+\frac{p+1}{2}\right]^2} e^{(2p\rho+2n-p+1)ix};$$

p désigne un entier positif *impair donné; n* un entier également *donné*, de signe quelconque, au plus égal, en valeur absolue, à $\frac{1}{2}(p-1)$; on pose enfin, comme d'ordinaire, $q = e^{i\pi\tau}$.

Les trois fonctions Φ sont des fonctions thêta d'ordre p.

Désignons par $\overline{\Theta}_1(x)$, $\overline{\Theta}(x)$, $\overline{H}_1(x)$, $H(x)$, les fonctions $\Theta_1(px, q^p)$, ...,

$H(px, q^p)$; par $\bar{\theta}_1$, $\bar{\theta}$, $\bar{\eta}$, les valeurs des trois premières pour $x = 0$ [1], et considérons la fonction $\psi(x)$ définie par

$$q^{\frac{1}{4p}(2n+1-p)^2}\psi(x)\,\frac{i}{2p\pi}\int_0^{\pi}\bar{\eta}_1\bar{\theta}\,\Phi_0(y+x)\,\frac{\overline{H}_1(y)}{\overline{\Theta}(y)}\,e^{-2(n+1-p)i(y+x)}\,dy.$$

C'est évidemment une fonction entière de x; son développement suivant les puissances croissantes de q résulte de cette définition et se présente ainsi : soit un entier positif de la forme $4N - p$; décomposons-le de toutes les manières possibles en deux facteurs

$$(1)\qquad 4N - p = dd_1,$$

sous les conditions $pd < d_1$ et $d_1 \equiv \varepsilon(4n+2) \bmod p$, ε désignant ± 1, c'est-à-dire soit $+1$, soit -1. On aura

$$(2)\qquad \psi(x) = \frac{1}{pi}(-1)^{n+\frac{p-1}{2}}\sum_{N}(-1)^N q^{N-\frac{p}{4}}\mathop{\mathrm{S}}\varepsilon\, e^{\varepsilon p\, dix},$$

la somme $\sum$ portant sur les valeurs entières de N qui rendent $N - \frac{p}{4}$ positif, et la somme S portant sur les décompositions (1) de $4N - p$.

La fonction $\psi(x)$ vérifie les relations

$$\psi(x+\pi) = -\psi(x),$$
$$\psi(x+\pi\tau) = -\psi(x) + \frac{i}{p}q^{-\frac{(2n+1)^2}{4p}}e^{-(2n+1)ix}\Phi(x),$$

qui peuvent la définir directement. Pour $p = 1$, et (par suite) $n = 0$, elle se confond, à un facteur constant près, avec la fonction $\psi(x)$ de mes Notes antérieures.

2. Posons encore

$$(3)\qquad \psi_1(x) = \frac{1}{pi}(-1)^{n+\frac{p-1}{2}}\sum_{N} q^{N-\frac{p}{4}}\mathop{\mathrm{S}}\varepsilon\, e^{\varepsilon p\, dix},$$

le second membre étant celui de (2), avec la suppression du facteur $(-1)^N$; on établit la formule

$$\Phi_1(x)\,\psi(x) + \Phi(x)\,\psi_1(x)\,e^{-i\pi\left(n+\frac{p-1}{2}\right)} = \frac{1}{2p}\bar{\eta}_1^2\,\Phi_0(x),$$

---

[1] Pour la signification de $\Theta_1(x, q)$, ..., voir ma Note du 26 janvier.

extension de la formule (7) donnée dans la Note du 26 janvier. On en déduit les conséquences suivantes :

Les entiers p et n étant fixés dans les conditions indiquées plus haut, on décompose un entier positif quelconque, du type $8M+3$, en trois carrés, selon la formule

$$(4)\qquad 8M+3=p^2(2h+1)^2+p^2(2k+1)^2+(2p\sigma+2n+1)^2,$$

h, k, σ étant des entiers $\gtreqless 0$. On voit que, dans cette décomposition, les deux premiers carrés sont ceux de multiples de p; le troisième est celui d'un entier impair congru à $2n+1$, mod p; naturellement, la décomposition n'est possible que si $8M+3\equiv(2n+1)^2 \bmod p$.

D'autre part, décomposons $8M+3$, selon la formule

$$(5)\qquad 8M+3=[p(2\rho+1)+2n+1]^2+pdd_1;$$

avec $\rho\gtreqless 0; d, d_1>0; pd<d_1; d_1\equiv\varepsilon(4n+2) \bmod p; \varepsilon=\pm 1$; nous aurons la relation, vérifiée quel que soit x,

$$(6)\qquad \sum(-1)^\sigma e^{2p\sigma ix}=-4\,\mathrm{S}\,\varepsilon(-1)^\rho e^{\varepsilon p\,dix+p(2\rho+1)ix},$$

$\sum$ s'étendant à toutes les décompositions (4) et S à toutes les décompositions (5).

C'est là une liaison intéressante entre certaines représentations d'un entier par les formes $a^2+b^2=c^2$ et z^2+tu; le résultat devient plus élégant si l'on introduit les *réduites principales indéfinies* de déterminant $8M+3$, comme je l'ai fait dans une Note du 22 décembre 1913.

Désignons par (a, b, c) une réduite principale indéfinie de déterminant $8M+3$, pour laquelle $a+c>0$; soient plus spécialement $\mathfrak{R}$ celles de ces réduites pour lesquelles on a, en outre,

$$a\equiv 0;\qquad c\equiv\varepsilon(4n+2);\qquad \overline{b}\equiv\varepsilon(2n+1)\qquad (\bmod p);$$

ε étant ± 1 et $\overline{b}$ la valeur absolue de b.

La relation (6) se traduit alors ainsi, $f(x)$ représentant une fonction *quelconque* de x :

La somme $\frac{1}{2}(-1)^{\frac{p-1}{2}}\Sigma f(2p\sigma+2n+1)$, *étendue aux décompositions* (4) *de* $8M+3$ *en carrés, est égale à la somme* $\mathrm{S}\left(\frac{-1}{\beta}\right)f\left[\varepsilon(\overline{b}-a)\right]$, *étendue aux réduites* $\mathfrak{R}$; β désigne la quantité $\overline{b}-\frac{1}{2}(a+c)$.

On obtient des résultats intéressants en supposant $f(x)$ égal à 1 ou à x^2.

3. La fonction $\psi(x)$ présente également une liaison remarquable avec les formes quadratiques binaires *définies* ; on établit en effet la formule

$$(7) \qquad \frac{\psi'(x)}{\Phi(x)} = \sum_{\mathrm{N}} q^{\mathrm{N}+n-\left(\frac{2n+1}{4p}\right)^2} \mathbf{S}\, e^{-\varepsilon \frac{m_2 - m_1}{2} ix},$$

Σ porte sur les valeurs entières et positives de N rendant positif l'exposant de q; S s'étend aux classes de formes quadratiques, binaires et positives, de l'ordre propre, de discriminant $4p(\mathrm{N}+n) - (2n+1)^2$, pour lesquelles les deux minima impairs, m_1 et m_2 $(m_1 \leqq m_2)$, vérifient les congruences $m_1 \equiv -\varepsilon(2n+1)$; $m_2 \equiv \varepsilon(2n+1) \bmod p$, où ε désigne toujours ± 1; enfin, au second membre de (7), m_1, m_2, ε ont les significations qu'on vient d'indiquer.

On déduit de (7), en chassant le dénominateur $\Phi(x)$, la formule suivante, où $f(x)$ désigne une fonction *quelconque* de x :

$$(8) \qquad \Sigma(-1)^r f\left(2r \pm \frac{m_2 - m_1}{2}\right) = (-1)^{\mathrm{N}} \Sigma' \, d f(\varepsilon p d).$$

Au premier membre, Σ s'étend aux classes de formes positives de l'ordre propre, de discriminant $4\mathrm{N} + 3 - 4r^2$, pour lesquelles les minima impairs m_1, m_2, et le minimum pair, m, vérifient les congruences $m_1 + m_2 \equiv m \equiv 0 \bmod p$; l'entier $4\mathrm{N} + 3$ est un *multiple de p* donné; l'entier r prend *toutes* les valeurs entières $\gtreqless 0$, telles qu'on ait $2r \equiv 2n + 1 \bmod p$ et $4\mathrm{N} + 3 - 4r^2$ positif; enfin, le signe, dans $2r \pm \frac{m_2 - m_1}{2}$, doit être choisi de manière que $2r \pm \frac{m_2 - m_1}{2} \equiv 0 \bmod p$, ce qui n'est possible que d'une seule manière [sauf si $n = \frac{1}{2}(p-1)$; alors les deux signes sont valables, c'est-à-dire qu'on doit, dans Σ, prendre les deux termes qui répondent respectivement à + et à −].

Au second membre, Σ' s'étend aux décompositions en facteurs $4\mathrm{N} + 3 = pdd_1$, avec $pd < d_1$; $d_1 \equiv \varepsilon(4n+2) \bmod p$; $\varepsilon = \pm 1$.

On a ainsi une relation analogue à des formules que j'ai déjà fait connaître, mais il n'intervient ici que *certaines* des classes des discriminants $4\mathrm{N} + 3 - 4r^2$, à savoir celles dont les minima satisfont aux congruences $m_1 + m_2 \equiv m \equiv 0 \bmod p$.

En particulier, si l'on fait $f(x) = 1$, et si l'on désigne par $\mathrm{F}(4\mathrm{M} + 3)$ le nombre des classes positives de l'ordre propre, de discriminant $4\mathrm{M} + 3$,

pour lesquelles les trois minima vérifient $m_1 + m_2 \equiv m \equiv 0 \bmod p$, on a

$$(9) \qquad \Sigma(-1)^r \, F(4N + 3 - 4r^2) = (-1)^N \Sigma' d,$$

$r \gtreqless 0$ et $\equiv h \bmod p$, le second membre portant sur les décompositions $4N + 3 = pdd_1$, avec $pd < d_1$; $d_1 \equiv \pm 4h \bmod p$; enfin h est un entier *donne* quelconque.

4. *Exemple*. — Soit $p = 3$; $4N + 3 = 99$; $N = 24$; $n = 0$. Au premier membre de (8), r est $\equiv 2 \bmod 3$; les valeurs de r qui rendent $4N + 3 - 4r^2$ positif sont donc

$$r = -1; \qquad r = 2; \qquad r = -4.$$

Pour $r = -1$, on a $4N + 3 - 4r^2 = 95$; parmi les réduites (ordre propre) de discriminant 95, celles qui satisfont $m_1 + m_2 \equiv m \equiv 0 \bmod 3$ sont $(1, 0, 95)$ et $(5, 0, 19)$; leurs minima m_1, m_2 sont respectivement 1, 95 et 5, 19; les termes correspondants, au premier membre de (8), sont

$$-f\left(-2 \pm \frac{95-1}{2}\right) - f\left(-2 \pm \frac{19-5}{2}\right);$$

les signes étant choisis de manière que f porte sur des multiples de 3, on a finalement, pour $r = -1$,

$$-f(45) - f(-9).$$

Pour $r = 2$ et $4N + 3 - 4r^2 = 83$, les réduites admissibles de discriminant 83 sont $(1, 0, 83)$; $(7, \pm 1, 12)$, pour lesquelles m_1 et m_2 sont respectivement 1,83; 7,17; 7,17; d'où au premier membre de (8), les termes

$$+f(45) + f(9) + f(9).$$

Enfin, pour $r = -4$ et $4N + 3 - 4r^2 = 35$, les réduites à prendre sont $(1, 0, 35)$ et $(5, 0, 7)$, de minima, m_1, m_2 respectifs 1,35 et 5,7; d'où les termes

$$+f(9) + f(-9).$$

Le premier membre de (8) est ainsi

$$-f(45) - f(-9) + f(45) + f(9) + f(9) + f(9) + f(-9),$$

c'est-à-dire $3f(9)$.

Pour calculer le second membre, il faut poser

$$99 = 3\,dd_1,$$

avec $3d < d_1$ et $d_1 \equiv 2\varepsilon \pmod 3$ la seule solution est $d = 3$, $d_1 = 11$, $\varepsilon = +1$; en sorte que le second membre de (8) est

$$(-1)^{24} 3f(1.3.3) \quad \text{ou} \quad 3f(9).$$

La formule (8) est ainsi vérifiée.

J'indiquerai plus tard une autre manière de généraliser l'ancienne fonction ψ, et l'on verra s'introduire des classes de formes positives dont les minima doivent vérifier non seulement une congruence, mais une inégalité.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur la vitesse moyenne ou de débit et la vitesse maximum ou axiale, dans un tube prismatique, à section régulière d'un nombre quelconque m de côtés.* Note de M. **J. Boussinesq.**

I. Si, dans la question du régime uniforme des liquides à l'intérieur de tubes cylindriques ou prismatiques, avec vitesses V bien continues, on considère spécialement le cas de sections *régulières* d'un nombre quelconque m de côtés, des analogies plausibles permettent d'y évaluer avec une certaine approximation la vitesse moyenne U et la vitesse sur l'axe ou maxima V′, quoique les équations du problème n'aient été jusqu'ici intégrées (à ma connaissance) que dans les trois cas, $m = \infty$, $m = 4$, $m = 3$, du cercle, du carré et du triangle équilatéral.

La présente Note a pour but d'indiquer ces analogies, que j'ai signalées plusieurs fois, et cette année encore, dans mon cours de la Sorbonne.

II. Reconnaissons d'abord la formule générale, quel que soit m, des vitesses V, U, V′.

L'équation indéfinie du problème, vérifiée en un point quelconque (x, y) de la section σ, étant $\Delta_2 V = -K$ et, la condition spéciale au contour χ, $V = 0$ [1], adoptons, au lieu des coordonnées x, y, deux variables indépendantes

$$(1) \qquad \xi = \frac{x}{\sqrt{\sigma}}, \qquad \eta = \frac{y}{\sqrt{\sigma}} \quad [2],$$

communes aux points homologues *de toutes les sections semblables.* Les deux

---

(1) Voir le numéro précédent des *Comptes rendus*, p. 1743.

(2) Analogues, mais non identiques, à celles, (3), de ma Note précédente.

dérivées secondes dont la somme constitue le paramètre différentiel Δ_2 de chaque fonction de point se transformeront par les deux formules

$$\frac{d^2}{dx^2} = \frac{1}{\sigma}\frac{d^2}{d\xi^2}, \qquad \frac{d^2}{dy^2} = \frac{1}{\sigma}\frac{d^2}{d\eta^2};$$

et l'équation indéfinie $\Delta_2 V = -K$ deviendra, en la divisant par K,

$$\left(\frac{d^2}{d\xi^2} + \frac{d^2}{d\eta^2}\right)\frac{V}{K\sigma} = -1.$$

C'est donc, à proprement parler, la fonction $\frac{V}{K\sigma}$ que déterminera, en ξ et η, cette équation complétée par la condition au contour, elle-même de la forme

$$\frac{V}{K\sigma} = 0 \qquad \text{pour} \qquad f(\xi, \eta) = 0.$$

Par conséquent, aux points homologues (ξ, η) de toutes les sections considérées, on aura comme solution du problème l'égalité de $\frac{V}{K\sigma}$ à une certaine fonction commune $F(\xi, \eta)$, c'est-à-dire une relation pouvant s'écrire

$$(2) \qquad V = K\sigma F(\xi, \eta) = K\sigma F\left(\frac{x}{\sqrt{\sigma}}, \frac{y}{\sqrt{\sigma}}\right).$$

Par suite, si l'on appelle k la valeur moyenne de F en tous les points de σ, c'est-à-dire l'intégrale $\int\int F(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta$, prise dans toute l'*aire* $\int\int d\xi\, d\eta = 1$ qu'entoure la courbe $f(\xi, \eta) = 0$, il vient

$$(3) \qquad U = k K\sigma.$$

De même, en appelant V' la valeur maxima de V, qui est $K\sigma F(\xi', \eta')$, si ξ', η' désignent les valeurs de ξ et de η au point où elle se produit (savoir, généralement, au centre de gravité de la section), on aura aussi

$$(4) \qquad V' = k' K\sigma,$$

à la condition de poser $F(\xi', \eta') = k'$.

Il existe, en résumé, pour chaque *figure* de la section σ, deux certains coefficients purement numériques k et k', *propres à cette figure*, qu'il suffit de connaître pour y avoir les deux formules complètement explicites de la vitesse moyenne U et de la vitesse maxima V'.

III. Cherchons les valeurs de k et de k' caractéristiques des trois sections circulaire, triangulaire équilatérale et carrée.

Les valeurs de V sont connues depuis longtemps pour les deux premières de ces formes et on les trouve, par exemple, au n° 450*, cité dans ma précédente Note, du Tome II (second fascicule) de mon *Cours d'Analyse infinitésimale pour la Mécanique et la Physique* (p. 423* et 424*). Il s'en déduit aisément :

$$(5)\quad \begin{cases} \text{(section circulaire)} & k=\frac{1}{8\pi}, & k'=2k=\frac{1}{4\pi}; \\ \text{(section triangulaire)} & k=\frac{1}{20\sqrt{3}}, & k'=\frac{20}{9}k=\frac{1}{9\sqrt{3}}. \end{cases}$$

Quant à la forme carrée, j'ai calculé à très peu près, dans ma précédente Note, la valeur de k qui lui convient, valeur dont le quadruple, que j'aurai à employer plus loin, est sensiblement

$$(6)\qquad \text{(section carrée)}\qquad 4k=0,1405.$$

Et la valeur de k' s'y obtient, avec au moins autant d'approximation, en faisant $\xi=0$, $\eta=0$ dans les formules (10) et (11) de cette Note. Cela donne V'; et l'on en déduit

$$k'=\frac{22}{300}+\frac{1}{100}\left(B-\frac{20}{9}C+\frac{80}{13}D\right)$$

ou, vu les valeurs (9) de B, C, D obtenues dans la même Note,

$$(7)\qquad k'=\frac{22}{300}+\frac{9}{2000}\,\frac{16737847}{13.19668571}=0,07333\ldots+0,000295=0,07363.$$

On aura donc, en multipliant par 4,

$$(8)\qquad \text{(section carrée)}\qquad 4k'=0,2945,$$

c'est-à-dire un peu moins que 2 fois et $\frac{1}{10}$ la valeur de $4k$.

IV. Cela posé, il est assez naturel de penser, avant tout calcul, que, à égalité d'aire, comme, par exemple, pour $\sigma=1$, les deux vitesses, moyenne, U, et maxima, V', varient, dans les sections régulières ayant des nombres de côtés m différents, en sens inverse de la longueur χ du contour, laquelle mesure l'étendue relative des parois qui, immobilisant le fluide contigu, y ralentissent l'écoulement. Donc $\frac{1}{k}$, $\frac{1}{k'}$ et $\frac{\chi}{\sqrt{\sigma}}$ doivent croître ensemble, quand le nombre m des côtés de la figure régulière supposée σ diminue, c'est-à-dire quand on passe du cercle, où ce nombre est infini, à

un polygone régulier se rapprochant du carré, puis du carré même au triangle. Et il y a lieu de chercher si ces trois quantités ne seraient pas sensiblement proportionnelles, ou jusqu'à quel point les deux produits $k\frac{\chi}{\sqrt{\sigma}}$, $k'\frac{\chi}{\sqrt{\sigma}}$ pourraient être censés indépendants du nombre m des côtés de la section.

Or, on trouve aisément que, dans les trois cas respectifs du cercle, du carré et du triangle équilatéral, les rapports $\frac{\chi}{\sqrt{\sigma}}$ ont les valeurs

$$2\sqrt{\pi}, \qquad 4, \qquad 2\sqrt{3\sqrt{3}}.$$

Par suite, les deux produits $k\frac{\chi}{\sqrt{\sigma}}$, $k'\frac{\chi}{\sqrt{\sigma}}$ y deviennent respectivement, d'après les formules (5), (6) et (8) : le premier,

$$(9) \qquad k\frac{\chi}{\sqrt{\sigma}} = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} = 0{,}1410, \qquad k\frac{\chi}{\sqrt{\sigma}} = 0{,}1405, \qquad k\frac{\chi}{\sqrt{\sigma}} = \frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{10} = 0{,}1316;$$

le second,

$$(10) \quad k'\frac{\chi}{\sqrt{\sigma}} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} = 0{,}2821, \qquad k'\frac{\chi}{\sqrt{\sigma}} = 0{,}2945, \qquad k'\frac{\chi}{\sqrt{\sigma}} = \frac{2}{3\sqrt{3\sqrt{3}}} = 0{,}2925.$$

V. On voit que, le nombre m des côtés de la section décroissant de l'infini à 3, la vitesse maxima V', exprimée proportionnellement par k', décroît un peu moins vite que ne grandit le contour χ; car leur produit croît environ de 0,28 à 0,29.

Au contraire, la vitesse moyenne ou de débit U, expriméeproportionnellement par k, diminue un peu plus vite que ne grandit le contour, surtout lorsqu'on passe de $m = 4$ à $m = 3$, c'est-à-dire du carré au triangle, où leur produit varie de 0,1405 à 0,1316. Cet abaissement sensible du débit de l'unité d'aire, entre $m = 4$ et $m = 3$, s'explique par les angles *aigus* du triangle, à l'intérieur desquels les vitesses V, près du sommet, sont fort réduites par le voisinage simultané de deux parois.

Mais, entre le cercle et le carré, de $m = \infty$ à $m = 4$, ce produit $k\frac{\chi}{\sqrt{\sigma}}$ *paraît*, si l'on *s'y laisse guider* par le sentiment de la continuité, se maintenir presque constant (voisin de 0,1407), ou ne décroître que de 0,1410 à 0,1405.

La vitesse maxima V', produite plus loin des *sommets* (et des côtés) que la vitesse moyenne U, est donc *moins ralentie qu'elle* par leur influence, sur-

tout dans le triangle, où le rapport $\frac{V'}{U}$ grandit jusqu'à $\frac{20}{9}$ et excède du *neuvième* sa valeur simple 2 dans le cercle, alors qu'il avait crû *à peine* jusque-là (c'est-à-dire pour m décroissant de l'infini à 4) du *vingtième* de cette valeur 2 ([1]).

Toutefois, quand on passe du carré au triangle même, la vitesse V', au centre de gravité de la section, se trouve un peu plus réduite que n'est accrû le contour, en raison sans doute du trop grand rapprochement du centre où se place alors une partie notable des côtés (ou des parois): cet excédent de décroissance est, comme on voit, dans le rapport de 0,2945 à 0,2925 environ.

([1]) Un fait assez important de l'Hydraulique trouve son explication dans une raison analogue. La vitesse maxima V', à la surface libre d'un canal rectiligne découvert, se produisant au milieu de la largeur, sur le filet fluide qui coule *le plus loin possible des bords,* est moins réduite par le frottement de ces bords que celle des autres filets fluides et, par suite, que la vitesse moyenne U. D'où il résulte que le rapport $\frac{V'}{U}$ *grandit,* quand on considère des sections (rectangulaires ou non) *de plus en plus rétrécies.*

Aussi l'ébauche que j'ai donnée de la théorie du régime uniforme *turbulent* (tourbillonnant et tumultueux) dans les lits à grande section, attribue-t-elle au rapport $\frac{V'-U}{U\sqrt{b}}$ (où b est le coefficient de la formule usuelle des hydrauliciens $\frac{\sigma}{\chi}I = bU^2$, χ y désignant le contour *mouillé* de Du Buat) la valeur $\frac{k}{6} = 8,1$ environ, pour un canal rectangulaire très large, et une autre valeur, *notablement plus forte*, $\frac{8}{5}\frac{k}{6} = 12,96$, pour un canal demi-circulaire coulant à pleins bords. Dans ces formules, le coefficient k, indépendant du degré de rugosité des parois, n'a rien de commun avec celui de la relation (3) ci-dessus.

Dans les circonstances, assez ordinaires, où l'on peut prendre $b = 0,0004$ dans le canal très large (avec le mètre et la seconde comme unités) et, par suite, $b = 0,00034$ ou 0,00035 dans le canal demi-circulaire, il vient ainsi $\frac{U}{V'} = 0,8$ environ pour un canal médiocrement large (comme est le canal demi-circulaire) et $\frac{U}{V'} = 0,86$ environ pour le canal de profondeur constante et *de largeur indéfinie,* où n'agit que le frottement du *fond.*

Voir, à ce sujet, les pages 33 à 36 et 44 à 47 de mon Mémoire sur le régime uniforme, intitulé « *Théorie de l'écoulement tourbillonnant et tumultueux des liquides dans les lits rectilignes à grande section* (Paris, Gauthier-Villars; 1897) ».

SPECTROSCOPIE. — *Étude précise des spectres de bandes, dits « spectres de Swan », dans le champ magnétique. Division et polarisation des raies spectrales.* Note de MM. **H. Deslandres** et **V. Burson**.

Les spectres de bandes sont avec les spectres de lignes les deux modes vibratoires de la matière gazeuse, et il convient de reconnaître sur eux l'action si importante du champ magnétique avec le même soin que sur les spectres de lignes. Ces derniers ont été soumis au champ de toutes les manières, mais l'étude similaire des spectres de bandes est seulement commencée. Les premiers résultats, il est vrai, sont déjà notables, et l'on peut espérer de cette étude des données sur la constitution intime de la matière comparables à celles fort importantes déjà fournies par les spectres de lignes.

Les premières recherches, de 1897 à 1912, ont été faites sur cinq spectres de bandes, de l'azote, du carbone et du mercure, faciles à obtenir intenses. Le résultat a été négatif; les raies ont paru insensibles au champ, alors que plusieurs raies de spectres de lignes, obtenues en même temps, étaient fortement divisées : en fait, l'intensité du champ et aussi la puissance ou le pouvoir résolvant du spectrographe étaient insuffisants. Entre temps, d'autres spectres de bandes, indiqués par Dufour en 1908, avaient montré dans les mêmes conditions le phénomène de Zeeman, avec l'écart ordinaire des composantes, mais à la tête de la bande seulement; car les autres parties de la bande n'étaient pas nettement résolues en raies fines.

Récemment, l'étude des spectres de bande, notés d'abord comme insensibles, a été reprise par Fortrat [1], avec les nouveaux électro-aimants de Weiss, qui assurent un accroissement du champ magnétique de 10000 à 20000 gauss (jusqu'à 50000). L'appareil spectral employé était un grand spectrographe de 11 prismes, et Fortrat a annoncé les faits suivants : les raies sont le plus souvent déplacées, mais sans division et polarisation. Avec les doublets et triplets étroits, lorsque le champ augmente, le déplacement est tel que les doublets et triplets sont rétrécis et, finalement, réduits à une raie unique.

---

[1] Les notes de Fortrat sont : *Simplification des raies spectrales par le champ magnétique* (*Comptes rendus*, t. 156, 13 mai 1913, p. 1419) et *Groupements des raies réels ou apparents dans les spectres de bandes* (*Comptes rendus*, t. 157, 24 novembre 1913, p. 991).

Nous avons aussi étudié à Meudon, dans le champ magnétique, et avec le concours de d'Azambuja, plusieurs spectres de bandes, choisis parmi ceux qui sont facilement résolus en raies fines; le but primitif était surtout de reconnaître la manière d'être dans le champ des séries naturelles de raies qui, d'après les recherches déjà anciennes de l'un de nous, forment chaque bande. Les premiers résultats ont été exposés dans trois Notes successives à l'Académie ([1]), ils diffèrent sur plusieurs points de ceux annoncés par Fortrat, et peuvent être ainsi résumés. Dans les spectres étudiés, les raies sont déplacées, mais avec division et polarisation; elles offrent la division Zeeman, mais souvent avec une grande inégalité d'éclat des composantes et avec un écart de ces composantes notablement plus faible, que dans les spectres de lignes. Si l'on excepte les raies des doublets et triplets très serrés, soumises par leur rapprochement à un régime spécial, les raies d'une même série sont divisées ou déplacées de la même manière; elles offrent toutes ou l'effet Zeeman négatif, qui est celui des spectres de lignes, ou l'effet contraire, c'est-à-dire positif ([2]).

Ces résultats ont été obtenus avec les électro-aimants Weiss d'un modèle ancien et donc avec des champs magnétiques inférieurs à ceux de Fortrat (35000 gauss au plus), mais avec un appareil spectral notablement supérieur. Le grand spectrohéliographe de Meudon, que nous avons employé, à trois grands prismes de flint et à chambre de 3^{m}, est en effet de très bonne qualité; il est disponible en hiver pour les travaux de laboratoire à cause du mauvais temps. Cependant, encouragés par ce premier succès, nous avons étudié encore avec les mêmes appareils d'autres spectres de bandes, et, en

---

([1]) Ces trois Notes sont : *Action du champ magnétique sur le spectre ultra-violet de la vapeur d'eau. Propriété nouvelle des séries régulières de raies qui forment la bande*, par Deslandres et d'Azambuja (*Comptes rendus*, t. 157, 10 novembre 1913, p. 814); *Action du champ magnétique sur les raies de séries arithmétiques dans une bande du gaz de l'éclairage. Variations avec le numéro des raies et avec l'intensité du champ*, par Deslandres et Burson (*Comptes rendus*, t. 157, 8 décembre 1913, p. 1105); *Étude précise du deuxième groupe de bandes de l'azote dans le champ magnétique; reconnaissance de la nature des déplacements*, par Deslandres et d'Azambuja (*Comptes rendus*, t. 158, 10 janvier 1914, p. 153).

([2]) Cet effet positif, qui est reconnu pour la première fois dans une série entière de raies, a été appelé aussi *effet anormal*. Il est en effet extrêmement rare dans les spectres de lignes. Le premier qui l'ait signalé est Jean Becquerel, qui l'a constaté en 1908 dans le spectre de lignes de terres rares; et Dufour l'a reconnu ensuite dans deux raies du second spectre de l'hydrogène, et dans plusieurs spectres de bande, mais seulement à la raie de tête de bandes non résolues.

particulier, le spectre de Swan, émis par les hydrocarbures en combustion. La recherche, exposée dans cette Note, a été précise et aussi complète que possible; elle n'a pas été limitée, comme c'est le cas général, à l'observation transversale ou perpendiculaire aux lignes de force; elle a été étendue à l'observation longitudinale qui est plus difficile, mais qui donne le signe des charges électriques, et aussi plus nettement les divisions réelles par le champ magnétique.

Le spectre de Swan ou des hydrocarbures est celui du cône bleu du brûleur Bunsen; il offre un très grand éclat lorsqu'on remplace l'air par l'oxygène sous pression et le gaz d'éclairage par l'acétylène. Quelques minutes suffisent alors pour photographier les raies les plus faibles dans le champ magnétique.

Ce spectre présente dans la région lumineuse trois groupes de bandes distincts, à savoir : 1° la bande tournée vers le rouge, mi-violette et mi-ultraviolette, appelée bande η par Eder, de λ 3872 à λ 4048; 2° les bandes bleue-violette ζ et ε d'Eder, tournées vers le violet, de λ 4190 à λ 4380; 3° les groupes de bandes tournées vers le violet, appelées δ, γ, β et α par Eder, qui s'étendent du bleu au rouge, de λ 4324 à λ 6188; on y distingue en particulier la bande verte caractéristique λ 5165. Nous examinerons successivement ces diverses bandes.

1° *Bande* η. — Cette bande a été déjà l'objet d'une première Note, accompagnée d'un dessin, que nous avons publiée dans les *Comptes rendus* le 10 novembre 1913. Nous complétons aujourd'hui cette Note en ajoutant un nouveau dessin (*fig.* 1) ci-après, qui donne quatre doublets de la bande et une raie du spectre de lignes du fer, soumis aux mêmes champs.

A la seule inspection du dessin, on voit que le champ impose non seulement un déplacement, mais une division et aussi une polarisation au moins partielle. Cette dernière particularité se retrouve encore dans les doublets très étroits, tels que le doublet λ 3974,45, qui, suivant la règle de Fortrat, sont ramenés à une raie unique élargie. Nous signalons la raie λ 3897,42, qui offre la division Zeeman ordinaire à effet négatif, mais avec un écart des composantes réduit au quart de l'écart normal. La raie voisine λ 3896,45 est fort curieuse; dans l'observation longitudinale, elle apparaît divisée en deux doublets distincts, l'un intense à effet négatif et l'autre moins brillant à effet positif. Cette réunion des deux effets dans une même raie avait été signalée déjà par Jean Becquerel dans une raie d'un cristal de terres rares; elle se retrouve ici dans les raies d'une même série arithmétique.

La case II de la figure 1 représente les doublets de la bande répartis en deux séries distinctes, d'après la loi arithmétique et d'après les analogies nouvelles indiquées par l'action magnétique. Ces deux séries offrent dans la succession de leurs intervalles des perturbations curieuses qui seront

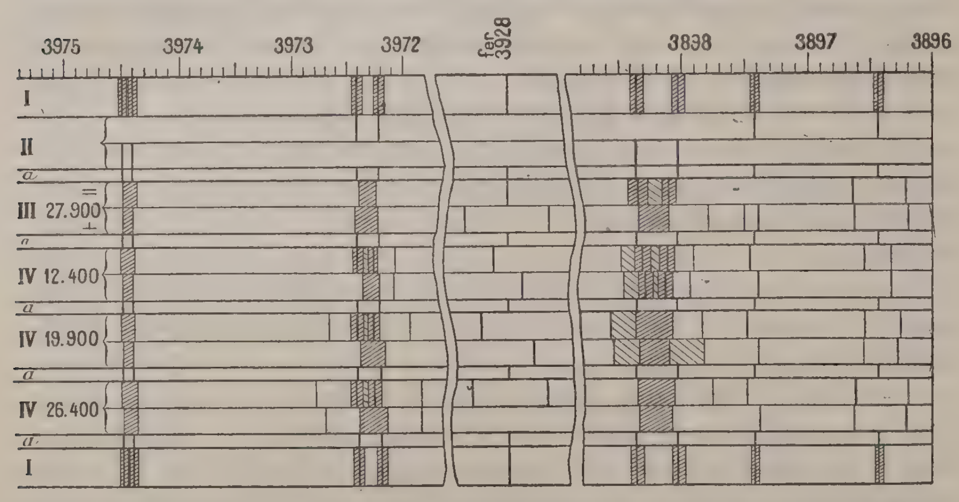


Fig. 1. — Qui représente à grande échelle en longueurs d'onde quatre doublets de la bande η du spectre de Swan, et une raie du spectre de lignes de fer, soumis aux mêmes champs magnétiques et examinés dans la direction transversale (case III) et dans la direction longitudinale (cases IV).

Légende commune aux trois figures. — Les deux cases I représentent les raies étudiées, non encore soumises au champ, et les cases II la répartition de ces raies en séries naturelles. Les cases III sont consacrées à l'observation transversale ou perpendiculaire aux lignes de force magnétique, et les cases IV à l'observation longitudinale ou parallèle aux lignes de forces. Dans chaque case, le chiffre ordinaire, à côté du chiffre romain, donne l'intensité du champ en gauss. Les cases *a*, intercalées entre les précédentes, donnent seulement les axes des raies étudiées, non soumises au champ.

Les raies elles-mêmes sont représentées, soit par un trait fin, soit par une hachure avec un trait fin au milieu, soit par une hachure limitée aux bords, selon qu'elles sont fines ou assez fines ou plutôt diffuses. Il est d'ailleurs difficile de reproduire leur aspect réel dans un dessin.

Les deux raies du fer ajoutées ont dans le champ un écart des composantes, qui est à peu près les $\frac{3}{2}$ de l'écart normal. On peut, par comparaison, estimer les écarts des raies de la bande.

Dans les cases III, qui donnent l'observation transversale, les vibrations parallèle et perpendiculaire aux lignes de force sont distinguées par les signes habituels = et ⊥.

décrites prochainement par Deslandres dans une Note spéciale. Ces perturbations se produisent là où les doublets des deux séries différentes se rapprochent et se confondent, et il y a là probablement une addition intéressante aux lois générales de distribution des raies dans les bandes.

En tout cas, l'étude des spectres de bandes dans le champ magnétique s'annonce comme fort utile pour la reconnaissance précise des séries arithmétiques qui forment chaque bande ; et nous en donnerons plus loin un nouvel exemple.

2° *Bandes ζ et ε.* — Ces deux bandes, d'après Fortrat (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1153, et t. 157, 1913, p. 991), ne forment en réalité qu'une seule bande et ont été présentées ensuite par lui comme insensibles au champ magnétique. Nous avons remarqué le 10 janvier 1914 que nos résultats étaient différents; les doublets de Fortrat sont en réalité des quadruplets; chacune des raies est un doublet étroit qui, même, se conforme à la loi de simplification posée par lui, et est ramenée par le champ à une raie unique élargie.

La figure 2 ci-après représente deux de ces doublets quadruplets et,

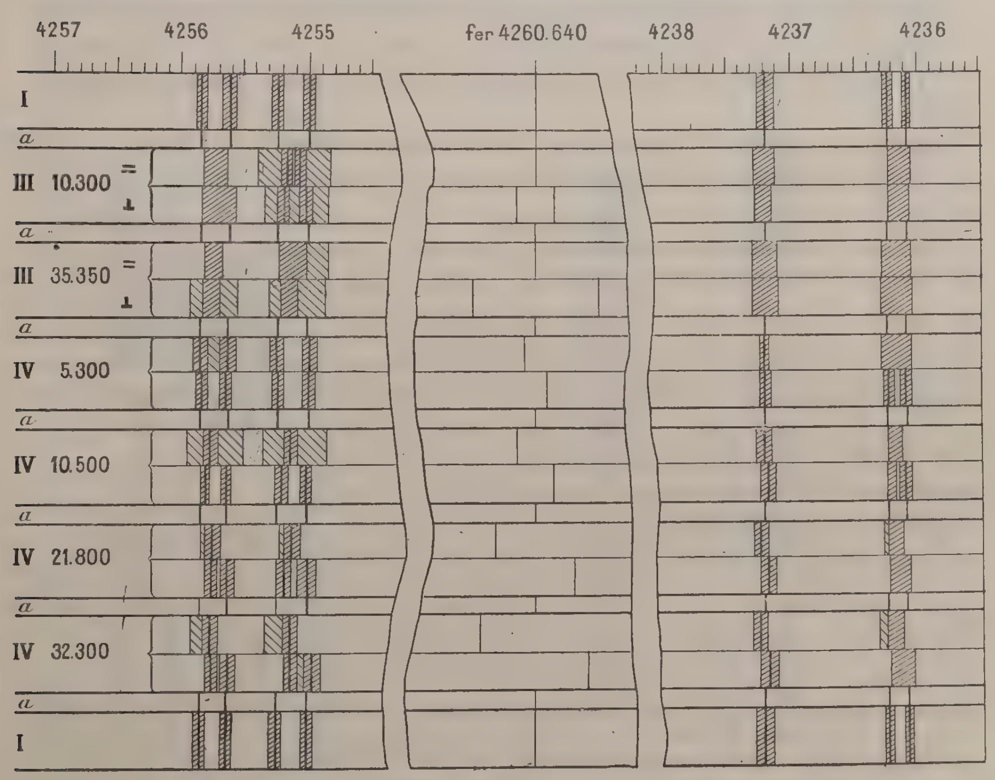


Fig. 2. — Qui représente à grande échelle en longueurs d'onde deux doublets quadruplets ou quatre doublets de la bande ζ et une raie de fer, soumis au même champ, et examinées dans la direction transversale (cases III) et dans la direction longitudinale (cases IV).

entre eux, une raie du fer, observés avec le même champ dans des conditions variées. On reconnaît à première vue une division et une polarisation des raies sous l'action du champ; et, parmi les points dignes d'intérêt, nous signalerons les suivants :

a. Dans l'observation longitudinale avec le faible champ de 5300 gauss (case IV), les phénomènes particuliers des doublets étroits apparaissent à peine, et chaque raie offre la division Zeeman habituelle en composantes circulaires, mais avec un écart faible des composantes égal au $\frac{1}{8}$ de l'écart normal, les effets étant ou négatif ou positif.

b. Les deux doublets de droite, qui sont les plus étroits, donnent nettement avec un champ fort une raie unique élargie ; mais cette raie n'est pas insensible au champ, comme l'observation transversale avait paru d'abord l'indiquer; dans l'observation longitudinale, la raie est divisée, et avec un écart faible des composantes, égal au $\frac{1}{8}$ environ de l'écart normal; même cet écart paraît proportionnel au champ.

La figure 3 est consacrée à la bande ε d'Eder; elle montre, comme la

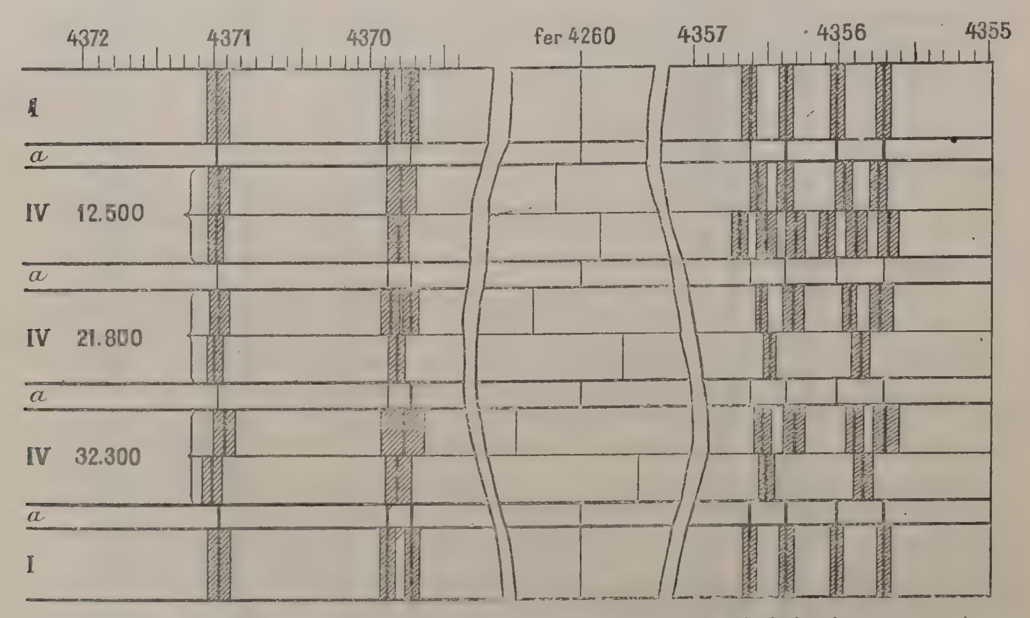


Fig. 3. — Qui représente deux doublets quadruplets ou quatre doublets de la bande ε, et une raie du fer, soumis au même champ, et examinés dans la direction longitudinale (cases IV).

précédente, deux doublets quadruplets ou quatre doublets. Les plus étroits de ces doublets donnent aussi dans le champ une raie unique qui est divisée, et avec un écart faible des composantes (environ le $\frac{1}{10}$ de l'écart normal); mais l'effet Zeeman, ici, n'est plus négatif, comme avec les doublets étroits la bande ζ, mais positif.

Aussi les deux bandes ζ et ε ne doivent pas former une seule série de

raies ou de doublets, comme l'a admis Fortrat; on a plutôt deux séries distinctes, en quelque sorte opposées, et analogues aux deux séries antagonistes signalées par Deslandres dans plusieurs spectres de bandes, et en particulier dans le deuxième groupe de l'azote (*Comptes rendus*, t. 139, 1904, p. 1174) (¹).

La division et la polarisation reconnues dans les raies uniques élargies qui remplacent les doublets étroits de ces deux bandes, constituent en réalité un fait nouveau, qui a sa valeur. Primitivement ces raies uniques ont été présentées par Fortrat et par nous-mêmes comme insensibles au champ. La loi exacte de la variation des écarts avec le champ est encore à déterminer; et, pour un même champ, les écarts sont plus faibles dans la partie la moins réfrangible de ε et dans la partie la plus réfrangible de ζ.

3° *Bande d'Eder ou* λ 516,5. — Cette bande est formée par une série de triplets et par une série de doublets. Or les triplets sont rétrécis et modifiés par le champ à peu près comme les triplets du deuxième groupe de l'azote, déjà étudié par Deslandres et d'Azambuja; les raies subissent un déplacement avec division et polarisation, et l'on distingue aussi des séries de raies à effet positif et des séries à effet négatif.

En résumé, l'étude précise du spectre de Swan confirme les résultats des trois Notes antérieures et leur rattachement probable à des lois générales. Il convient surtout de retenir les différences avec les spectres de lignes : l'écart des composantes Zeeman est notablement plus petit, et les vibrations circulaires n'offrent plus exclusivement l'effet négatif, mais, presque aussi souvent, l'effet positif. Ces faits s'expliquent aisément par la présence de particules aussi bien positives que négatives, et de masse plus grande que celle de l'électron.

Avec ces spectres de bandes, un champ magnétique plus puissant est donc nécessaire; de là les recherches poursuivies depuis une année à Meudon, par Deslandres et Perot dans une voie nouvelle, pour réaliser un grand accroissement des champs actuels.

(¹) D'après Fortrat, ces bandes ζ et ε seraient deux parties d'une même série, séparées par une perturbation ; mais alors, de chaque côté de la perturbation, l'effet du champ serait différent. Deslandres est plutôt porté à les rattacher à deux séries arithmétiques distinctes de raisons très voisines.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la reconstitution d'un squelette de* Felsinotherium Serresi, *Sirénien pliocène des sables de Montpellier.* Note [1] de M. **Charles Depéret.**

Le Sirénien, dont les débris sont fréquents dans les sables du Pliocène ancien de Montpellier, est encore fort mal connu, malgré les travaux de de Christol et de P. Gervais. Le premier de ces savants l'a compris dans son genre *Metaxytherium*, créé à la fois pour le Sirénien miocène des faluns de la Loire et pour l'espèce pliocène de Montpellier, types très différents l'un de l'autre en réalité. Gervais a décrit les caractères crâniens de l'espèce pliocène en la laissant sous le nom d'*Halitherium Serresi* dans un grand genre *Halitherium* visiblement trop étendu et comprenant tous les Siréniens fossiles.

En surveillant depuis de longues années les carrières de sables marins de la Pompignanne, près Montpellier, j'ai pu réunir à l'Université de



Lyon une belle série de pièces de cet intéressant animal et tenter la reconstruction d'un squelette à peu près complet, dont j'ai l'honneur de présenter à l'Académie une photographie (figure ci-dessus).

Le cou et le tronc appartiennent à un même individu; le crâne et la mandibule sont de deux sujets différents; enfin la queue et les membres ont été faits par la réunion de pièces recueillies isolément. Seuls les os de la main et les dernières vertèbres caudales ont fait défaut pour compléter le squelette.

La longueur totale de l'animal est de $2^{m},45$ environ. Il est donc un peu plus grand que le Dugong actuel ($2^{m},20$) et presque de la taille de l'*Halitherium Schinzi* de l'Oligocène de Mayence ($2^{m},58$). Il est bien plus petit que le *Metaxytherium fossile* des faluns d'Anjou ($3^{m},20$) et que le *Mio-*

(1) Présentée dans la séance du 15 juin 1914.

siren Kocki du Miocène supérieur de Boom ($3^m,53$) dont M. Dollo a eu l'amabilité de nous communiquer de très beaux dessins. Les *Felsinotherium* du Pliocène d'Italie, le *Rhytiodus* du Miocène de la Gironde (5^m) et enfin la *Rhytina Stelleri* actuelle (8^m) sont des géants à côté de notre espèce.

Le *crâne*, long de $0^m,37$, est de forme plus allongée que chez le Dugong et l'*Halitherium* et se rapproche à ce point de vue du *Metaxytherium*, du *Miosiren* et du *Felsinotherium*.

La région pariéto-frontale est large et déprimée; les crêtes temporales sont minces et très écartées l'une de l'autre ($0^m,055$ dans la partie la plus serrée), caractère constant qui se retrouve et s'exagère même dans les *Felsinotherium* italiens. Au contraire, ces crêtes sont en bourrelets épais et presque contigus dans leur milieu chez le *Metaxytherium fossile* et plus encore chez l'*Halitherium Schinzi*. Nous verrons quel parti on peut tirer de ce caractère pour l'étude des affinités et de la phylogénie des Siréniens fossiles.

La mandibule est courte et ramassée, très dilatée en avant et en arrière, mais encore très haute au niveau de la région des molaires. Son profil inférieur forme un cintre régulier presque semi-circulaire. Une structure semblable se retrouve chez les *Felsinotherium* et chez le Dugong, qui exagère encore ce caractère de raccourcissement et de hauteur de la branche horizontale. Au contraire, chez l'*Halitherium* et chez la Rhytine, la branche horizontale est plus longue et moins élevée et son profil inférieur presque rectiligne.

La *dentition* comprend : à la mâchoire supérieure, une paire d'incisives antérieures en forme de défense comme chez le Dugong et quatre molaires en place (3 M. et 1 P.), de grandeur décroissante d'arrière en avant; et en outre, les alvéoles à demi effacés d'une autre prémolaire devenue caduque à l'état adulte.

A la mandibule, notre pièce porte sur le plan incliné rugueux de la symphyse plusieurs paires de cavités alvéoliformes pour des incisives rudimentaires et sur la branche horizontale trois molaires en place précédées de l'alvéole d'une petite prémolaire.

Le nombre total des molaires était donc de $\frac{5}{4}$; c'est aussi la formule dentaire du *Felsinotherium Forestii* italien.

Les sept vertèbres cervicales sont toutes libres. Il existe vingt vertèbres dorsales, deux lombaires, une vertèbre sacrée portant une petite empreinte pour l'attache de l'os du bassin; enfin un nombre indéterminé de caudales, dont les seize premières sont en place sur notre squelette. Les côtes sont

massives et de structure pierreuse, donnant à l'animal une largeur transverse extraordinaire de $0^m,66$.

Le bassin, rudimentaire, est représenté par un seul os qui répond à la fois à l'os iliaque et à l'os ischion; il n'y a pas de cavité cotyloïde, mais quelques rugosités parallèles représentent l'emplacement de cette cavité disparue.

Affinités et phylogénie. — Par ses caractères craniens : crâne allongé, large et déprimé en dessus, à crêtes pariétales minces et subparallèles; par sa mandibule courte, ramassée, très haute, à profil inférieur curviligne; par sa formule dentaire $\frac{5}{4}$ molaires, le Sirénien de Montpellier est tellement semblable, sauf la taille beaucoup plus petite (crâne 37^{cm} au lieu de 62^{cm}) au *Felsinotherium Forestii* du Pliocène d'Italie qu'il n'y a aucun doute sur le rattachement au même genre de notre espèce que je désignerai désormais sous le nom de *Felsinotherium Serresi*, sp. de Christol, ainsi du reste que l'avait déjà soupçonné M. Capellini. On peut dire que le *F. Serresi* n'est qu'une réduction du *F. Forestii*, et nous avons là les premiers éléments d'un *rameau phylétique* à taille progressivement croissante, depuis le vieux Pliocène de Montpellier jusqu'aux sables astiens supérieurs du Bolonais et de la Toscane.

Nous avons à nous demander quels ont pu être les descendants de ce rameau jusqu'à l'époque actuelle et ses ancêtres dans les temps miocènes.

Parmi les formes actuelles, le Dugong ou *Halicore* de la mer Rouge et de la région indo-pacifique présente d'incontestables ressemblances avec les *Felsinotherium* dans le type général du crâne et de la mandibule ; mais les différences sont importantes : la région intermaxillaire est plus renflée et à direction plus incurvée en bas; le crâne est plus raccourci, les crêtes pariétales plus épaisses et plus saillantes; les os du nez ont disparu; la mandibule est encore plus courte et plus haute dans sa branche horizontale; les molaires, en voie de disparition, sont réduites à des sortes de chevilles plates, uniradiculées; les côtes sont plus minces, formées d'un *tissu spongieux et non pierreux;* le bassin est plus réduit et de forme toute différente; enfin la taille est sensiblement plus petite même que celle du *F. Serresi*. Pour toutes ces raisons, il paraît impossible que le Dugong puisse être un *descendant direct* des gigantesques *Felsinotherium* pliocènes, et il convient plutôt d'y voir un petit rameau parallèle, ayant divergé du rameau *Felsinotherium* au moins depuis le Miocène et ayant acquis des caractères un peu particuliers par suite de son isolement géographique.

Quant à la *Rhytina Stelleri*, le gigantesque Sirénien aujourd'hui éteint des côtes du Kamchatka, il serait tout à fait logique, à cause justement de cette énorme taille, de le considérer comme la forme terminale du rameau *Felsinotherium*. Le crâne de la Rhytine, par sa forme allongée, ses crêtes pariétales minces et écartées, son intermaxillaire allongé et peu recourbé en bas, se prêterait assez bien à cette hypothèse, malgré la réduction totale des molaires, qui pourrait être considérée comme un caractère *adaptatif* de spécialisation. Mais la mandibule est assez différente : par sa branche horizontale peu élevée, presque droite, à profil inférieur à peine incurvé, par le trou mentonnier rejeté *très en arrière* au lieu d'être placé très en avant dans la région dilatée de l'os. De semblables divergences doivent obliger à une grande prudence dans le *rattachement trop direct* de la Rhytine aux *Felsinotherium*, surtout en l'absence de documents intermédiaires aux époques pliocène supérieure et pléistocène.

Si l'on essaye maintenant de remonter le rameau phylétique des *Felsinotherium* jusque dans les temps miocènes, il faut tout d'abord éliminer de cette filiation le *Miosiren* du Miocène supérieur de Belgique et le *Metaxytherium fossile* du Miocène moyen de l'Anjou, l'un et l'autre beaucoup trop grands pour représenter les formes ancestrales du *F. Serresi*. Leurs caractères craniens et dentaires sont d'ailleurs très différents, ainsi que cela sera établi dans un Mémoire détaillé.

Par contre, on connaît déjà dans le Miocène moyen et inférieur quelques fragments craniens malheureusement trop incomplets, qui par leurs dimensions réduites, par la forme plate et large du dessus du crâne, par l'écartement des crêtes pariétales, paraissent bien pouvoir représenter les *mutations ascendantes directes* des *Felsinotherium* pliocènes. Je signalerai dans le Miocène moyen (Helvétien) des Landes une calotte cranienne faisant partie du musée de Mont-de-Marsan et aimablement communiquée par M. Dubalen; ce crâne est un peu plus petit que celui de l'espèce de Montpellier et ses crêtes pariétales sont tout à fait semblables. Plus bas, dans le Burdigalien, je pense qu'il faut rapporter au même rameau la calotte cranienne du *Metaxytherium Christoli* de Linz (Basse-Autriche) et peut-être aussi celle du *Metaxytherium Krahuletzi* d'Eggenburg. Enfin il semble que la calotte cranienne du *Muschelsandstein* d'Argovie, décrite par v. Meyer sous le nom d'*Halianassa Studeri*, n'est pas non plus bien éloignée du même groupe.

Ainsi on peut suivre dès maintenant, depuis le début du Miocène jusque presque à la fin du Pliocène et peut-être même jusqu'à la Rhytine

actuelle, un *premier rameau phylétique* des Siréniens, formé d'une série de mutations à taille régulièrement croissante, suivant la loi générale que j'ai essayé de mettre en lumière, et aboutissant aux formes géantes des *Felsinotherium* d'Italie ou même à la Rhytine. Il est malheureusement impossible, faute de documents, de pouvoir remonter plus loin ce rameau à travers l'Oligocène et l'Éocène. Je me propose dans un travail d'ensemble de rechercher par la même méthode les autres rameaux phylétiques des Siréniens, pour tenter d'éclairer l'histoire phylogénique encore si obscure de ce curieux groupe de Mammifères marins.

M. **Eugène Simon**, Correspondant de l'Académie, fait hommage de son Livre : *Les Arachnides de France*, Tome VI, 1re partie.

M. **H.-G. Zeuthen**, Correspondant de l'Académie, fait également hommage d'un Ouvrage intitulé : *Lehrbuch der abzählenden Methoden der Geometrie*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un de ses Membres, qui devra occuper, dans la deuxième Section de la *Commission technique de la Caisse des Recherches scientifiques*, la place vacante par le décès de M. *Ph. van Tieghem*.

M. **A. Lacroix** réunit la majorité des suffrages.

CORRESPONDANCE.

M. **Jacques Loeb**, élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, adresse des remercîments à l'Académie.

MM. **A. Claude, Jean Perrin** adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Jean Escard. *Les pierres précieuses.*

2° Le 26e *Bulletin de la* Société d'Histoire naturelle d'Autun.

3° *Le rôle des Mathématiques dans les sciences de l'ingénieur*, par Maurice d'Ocagne. (Présenté par M. P. Appell.)

4° Fritz Sarasin et Jean Roux. *Nova Caledonia : Recherches scientifiques en Nouvelle-Calédonie et aux îles Loyalty*. (Présenté par M. Ed. Perrier.)

5° *Les progrès récents de l'Astronomie* (VI, année 1912), par Paul Stroobant. (Présenté par M. H. Deslandres.)

ASTRONOMIE. — *Observations et remarques sur la comète Kritzinger* (1914 *a*), *faites à l'Observatoire de Besançon, avec l'équatorial coudé.* Note de M. **P. Chofardet**, présentée par M. B. Baillaud.

Dates. 1914.	Temps moyen de Besançon.	ΔR.	ΔD.	Nombre de compar.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Dist. polaire apparente.	Log. fact. parallaxe.	★
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Mai 22...	11.43. 9	+3.11,38	— 0. 1,2	9:12	19.56.25,84	$9,650_n$	54.26.42,9	$0,568_n$	1
Juin 17...	10.41.11	—1.17,12	+ 6.50,0	12:12	21.38.21,61	$9,741_n$	45.41. 2,8	$0,584_n$	2
» 20...	10.29.55	+2.40,42	— 0.58,3	9:12	21.47. 9,39	$9,745_n$	45.24.25,2	$0,596_n$	3

Positions des étoiles de comparaison pour 1914,0.

★.	Gr.	Ascension droite moyenne.	Réduction au jour.	Dist. polaire moyenne.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
1..............	7,5	19.53.12,64	+1,82	54.26.28,5	+15,6	8855 A.G. Lund.
2..............	8,3	21.39.36,84	+1,89	45.34. 4,9	+ 7,9	15890 A.G. Bonn.
3..............	8,1	21.44.27,00	+1,97	45.25.16,5	+ 7,0	15982 A.G. Bonn.

Remarques. — Le 22 mai, la comète apparaît de 10,5 grandeur, la tête circulaire a de 30″ à 40″ de diamètre; le noyau, central, est peu visible.

Le 17 juin, la comète est de 9e grandeur; sa chevelure, toujours ronde, mesure 2′ de diamètre; la condensation est bien prononcée, quoique peu lumineuse.

Le 20 juin, la comète est moins brillante que le 17 juin, mais il est vrai que le ciel est nébuleux.

Le but de cette Note est de signaler surtout les fluctuations survenues dans l'éclat de cette comète. D'après les éléments, *A. N.*, n° 4739, la comète, s'éloignant de la Terre depuis le 10 mai environ et ayant passé au périhélie le 4 juin, devrait normalement diminuer d'éclat. C'est ce qui a été constaté jusque vers le 22 mai, puisque la

comète avait déjà diminué d'une bonne grandeur sur les observations précédentes; puis il y a eu recrudescence d'éclat pour passer de la 10,5 à la 9e grandeur actuelle.

L'estimation visuelle de l'éclat d'une comète, peu lumineuse, est évidemment liée à l'état local du ciel, mais les remarques ci-dessus se vérifient par les observations faites à Uccle : M. Van Biesbroeck, après avoir constaté une grande diminution d'éclat le 15 mai, fut frappé, le 3 juin, par une augmentation inattendue, puisqu'il estime, ce jour-là, l'éclat de la comète égale à 8,5.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une propriété des polynomes de Bernoulli.* Note de M. **Ch.-H. Müntz**, présentée par M. Émile Picard.

La série trigonométrique

$$\varphi_k(x) \equiv \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2n\pi x}{n^{2k}}$$

représente dans l'intervalle $0 \leqq x \leqq 1$ un polynome pair $P_k(x)$ de degré $2k$, étroitement lié au polynome correspondant $S_{2k-1}(x)$ de Bernoulli, dont il se déduit facilement par une transformation linéaire (voir, par exemple, la *Correspondance d'Hermite-Stieltjes*, t. I, p. 392).

On peut énoncer la proposition suivante :

Chaque fonction $f(x)$, continue dans l'intervalle $0\ldots 1$, *peut être approchée dans cet intervalle indéfiniment et uniformément par des combinaisons linéaires des fonctions* $P_0(x) = 1$, $P_{k_1}(x)$, ..., $P_{k_N}(x)$, ..., *les indices entiers croissants* k_1, ..., k_N, ... *étant absolument quelconques.*

On peut évidemment remplacer dans l'énoncé de cette proposition les polynomes $P_k(x)$ par les polynomes de Bernoulli $S_{2k-1}(x)$ eux-mêmes. Mais ajoutons qu'il n'en est pas ainsi, même dans le cas classique de la représentation approchée par les puissances entières, si l'on se borne à un système infini *arbitraire* de ces puissances

$$x^0 = 1, \qquad x^{k_1}, \ldots, x^{k_N}, \ldots;$$

comme nous le prouverons ailleurs; la condition nécessaire et suffisante consiste alors dans la divergence de la série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{k_n}$.

Démonstration. — Les polynomes $P_0(x)$, $P_1(x)$, $P_2(x)$, ... étant de degré croissant, de 1 à 1 en x^2, on peut représenter x^{2k} linéairement par

$P_0(x), P_1(x), \ldots, P_k(x)$. Chaque fonction continue pour $0 \leqq x \leqq 1$ pouvant être approchée dans cet intervalle par les puissances entières (non négatives) de x^2, il suffira de démontrer la possibilité d'une représentation approchée d'un polynome fondamental quelconque $P_{k_0}(x)$ par un système arbitrairement choisi $P_{k_1}(x), P_{k_2}(x), \ldots, P_{k_N}(x), \ldots$. Or considérons le système infini d'équations linéaires homogènes :

$$(A) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_{k_1}(x) \equiv \dfrac{x_1}{1^{2k_1-1}} + \dfrac{x_2}{2^{2k_1-1}} + \ldots + \dfrac{x_n}{n^{2k_1-1}} + \ldots = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \varphi_{k_N}(x) \equiv \dfrac{x_1}{1^{2k_N-1}} + \dfrac{x_2}{2^{2k_N-1}} + \ldots + \dfrac{x_n}{n^{2k_N-1}} + \ldots = 0. \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right.$$

D'après un théorème connu de la théorie des séries de Dirichlet, il n'est pas possible de satisfaire à ces équations par des valeurs des x_n qui ne soient pas toutes nulles. D'après un autre théorème, dû à M. E. Schmidt (*Rendiconti*, t. XXV, Palermo, 1908) et applicable au système (A) en question, la somme des carrés des coefficients dans chaque équation étant convergente, un vecteur nouveau quelconque, par exemple

$$\varphi_{k_0}(x) \equiv \frac{x_1}{1^{2k_0-1}} + \frac{x_2}{2^{2k_0-1}} + \ldots + \frac{x_n}{n^{2k_0-1}} + \ldots$$

appartiendra maintenant à l'espace défini par les vecteurs donnés.

On aura alors (*loc. cit.*), pour un vecteur *perpendiculaire* p_N formé avec des constantes réelles convenables $\alpha_n^{(N)}$ et d'un indice N suffisamment grand,

$$p_N \equiv \varphi_{k_0} - \alpha_1^{(N)} \varphi_{k_1} - \ldots - \alpha_N^{(N)} \varphi_{k_N} \equiv \sum_{n=1}^{\infty} c_n x_n; \qquad \sum_{n=1}^{\infty} c_n^2 < \delta^2,$$

la quantité donnée positive δ^2 étant aussi petite qu'on le voudra.

Si l'on regarde maintenant le système

$$(B) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_{k_0}(x) \equiv \dfrac{\cos 2\pi x}{1^{2k_0}} + \dfrac{\cos 4\pi x}{2^{2k_0}} + \ldots + \dfrac{\cos 2n\pi x}{n^{2k_0}} + \ldots = P_{k_0}(x), \\ \varphi_{k_1}(x) \equiv \dfrac{\cos 2\pi x}{1^{2k_1}} + \dfrac{\cos 4\pi x}{2^{2k_1}} + \ldots + \dfrac{\cos 2n\pi x}{n^{2k_1}} + \ldots = P_{k_1}(x), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \varphi_{k_N}(x) \equiv \dfrac{\cos 2\pi x}{1^{2k_N}} + \dfrac{\cos 4\pi x}{2^{2k_N}} + \ldots + \dfrac{\cos 2n\pi x}{n^{2k_N}} + \ldots = P_{k_N}(x), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right.$$

on aura, avec les mêmes constantes $\alpha_n^{(N)}$, les relations identiques

$$P_{k_0}(x) - \alpha_1^{(N)} P_{k_1}(x) - \ldots - \alpha_N^{(N)} P_{k_N}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \frac{\cos 2n\pi x}{n};$$

$$| P_{k_0}(x) - \alpha_1^{(N)} P_{k_1}(x) - \ldots - \alpha_N^{(N)} P_{k_N}(x) |^2 \leq \sum_1^{\infty} c_n^2 \sum_1^{\infty} \left(\frac{\cos 2n\pi x}{n}\right)^2 \leq \delta^2 \frac{\pi^2}{6},$$

C. Q. F. D.

D'après les théorèmes de M. Schmidt (*Rendiconti*, t. XXV, Palermo, 1908), on peut, en s'appuyant sur le système (B), approcher les fonctions $\cos 2\pi x$, ..., $\cos 2n\pi x$, ... à l'aide des polynomes $P_{k_1}(x)$, $P_{k_2}(x)$, ..., $P_{k_N}(x)$, ... Mais on peut approcher aussi la constante $P_0(x) = 1$ dans tout intervalle $0 \ldots a < 1$ (non plus pour $a = 1$) par les $\cos 2n\pi x$. Il sera donc possible de donner une représentation approchée de *toute* fonction continue dans l'intervalle $0 \ldots a < 1$, au moyen de *chaque* système infini, contenu dans l'ensemble des polynomes $P_1(x)$, $P_2(x)$, ..., $P_N(x)$, ..., sans avoir recours à la constante P_0.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une équation fonctionnelle.* Note de M. C. **Popovici**, présentée par M. Émile Picard.

I. Considérons l'équation fonctionnelle

$$(1) \qquad f(x) - P(x) f(\beta x) + \lambda \int_0^x f(s)\, k(x, s)\, ds = Q(x),$$

qui a servi à M. Picard pour déterminer l'intégrale d'une équation aux dérivées partielles du second ordre qui prend des valeurs données sur deux courbes données.

M. Picard a démontré [1] que cette équation admet une solution qui, pour $x = 0$, prend une valeur a et n'en admet qu'une, avec les conditions : $P(0) = 1$, le produit $\Pi_n(x) = P(x) \ldots P(\beta^n x)$ admet une limite $\pi(x)$ pour $n = \infty$, $Q(x)$ s'annule pour $x = 0$ et admet une dérivée; aucune autre condition n'est imposée aux fonctions données et à la fonction inconnue.

Le but de cette Note est de montrer qu'il existe une infinité de solutions qui prennent la valeur donnée pour $x = 0$, et qui ont échappé, par leur

(1) *Comptes rendus*, 1907, 13 mai 1907.

nature même, à la méthode des approximations successives. Dans le cas où $\Pi_n(x)$ est *divergent*, on peut former aussi une infinité de solutions convergentes.

2. On peut satisfaire à l'équation (1) par une fonction holomorphe [1] en λ :

$$(2) \qquad f(x) = f_0(x) + \lambda f_1(x) + \ldots + \lambda^n f_n(x) + \ldots,$$

$f_n(x)$ étant des solutions des équations fonctionnelles de même forme

$$(3) \qquad f_n(x) - P(x) f_n(\beta x) = Q_n(x),$$

avec

$$(3') \qquad Q_0(x) = Q(x), \qquad Q_n(x) = -\int_0^x f_{n-1}(x)\, k(x, s)\, ds.$$

L'équation (3) peut s'écrire

$$(4) \qquad f_n(x) = f_n(\beta^p x)\, \Pi_{p-1}(x) + \sum_{k=0}^{k=p} \Pi_{k-1}(x)\, Q_n(\beta^k x), \qquad \Pi_{-1}(x) = 1.$$

On aura l'intégrale cherchée, convergente [2], en prenant

$$(5) \qquad f_0(x) = a\, \Pi(x) + \sum_{k=0}^{k=\infty} \Pi_{k-1}(x)\, Q(\beta^k x),$$

et dans les autres équations $f_n(0) = 0$, $p = \infty$.

3. Outre cette solution connue, nous pouvons en donner une infinité d'autres, formées de la manière suivante : ajoutons à chaque solution des équations (3) une solution de ces équations qui correspond, pour $Q_n(x) = 0$ par exemple, à

$$(6) \qquad \varphi_n(x) = a_n[e^{\alpha_n(x)} - 1]\, \Pi(x),$$

où

$$(7) \qquad \alpha_n(x) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \gamma_n(\beta^k x),$$

---

(1) Il existe aussi des solutions méromorphes que nous laisserons de côté pour le moment.

(2) Voir *loc. cit.*

et $\gamma_n(x)$ peut être une fonction de la forme que voici :

$$(8)\qquad \gamma_n(x) = \frac{A_n(x)}{B_n(x)},$$

où A_n et B_n sont deux polynomes arbitraires, dont B_n de degré supérieur à A_n, et n'ayant pas de racines réelles, et $A_n(0) = 0$; $\alpha_n(x)$ sera ainsi une série convergente, d'une manière non uniforme, n'ayant pas de pôles sur l'axe réel, et s'annulant pour $x = 0$. Les coefficients arbitraires a_n étant choisis de manière que $\Sigma\lambda^n\varphi_n(x)$ soit convergente, les intégrales successives (3′) seront alors elles-mêmes convergentes, je veux dire de telle manière que la série (2) reste convergente pour toute valeur de λ.

4. Lorsque $\Pi_n(x)$ est divergent et tend vers zéro, toutes les solutions qui proviennent des formes (6) s'annulent [et aussi toutes les expressions (5), donc toutes les intégrales se confondent, quel que soit a]. Nous pouvons néanmoins former des solutions, qui conviennent également pour le cas où $\Pi(x)$ est convergent, en prenant

$$(9)\qquad \varphi_n(x) = \gamma_n(x) + \sum_{k=1}^{k=\infty} \gamma_n(\beta^k x)\,\Pi_k(x) + \gamma_n(\beta^{-k}x)\,\Pi_{-k}(x),$$

$\gamma_n(x)$ étant une fonction arbitraire, $\frac{1}{\Pi_{-k}(x)} = P(\beta^{-1}x)\ldots P(\beta^{-k}x)$. Lorsque $\Pi(x)$ est convergent, il suffit de prendre pour $\gamma_n(x)$ une forme (8) pour que $\varphi_n(x)$ soit convergent. Lorsque $\Pi_k(x)$ et $\Pi_{-k}(x)$ tendent vers zéro, il suffit que $\gamma_n(x)$ soit limité de $-\infty + \ldots + \infty$. Soit, par exemple, $P(x) = \left(1 - \frac{1}{Lx - \alpha}\right)^r$, on a

$$P(0) = 1, \qquad \lim \Pi_k(x) = 0,$$
$$\lim \Pi_{-k}(x) = 0 \qquad \text{pour} \qquad k = \infty \qquad \text{(L logarithme népérien).}$$

Si $\gamma(x)$ est limité, la série (9) sera convergente si $r > 1$. Cette série n'aura pas de pôles sur l'axe réel si α est imaginaire; elle sera convergente aussi pour $x = 0$ si la série à double sens $\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \gamma_n(\beta^k x)$ a une valeur pour $x = 0$, par exemple si $\gamma_n(x) = \frac{x}{1 + x^2}$, on aura $\varphi_n(0) = 0$.

5. Si nous envisageons encore le cas où la solution de M. Picard est divergente, soit à cause de la fonction $Q(x)$, soit à cause des produits

$\Pi_n(x)$ (lorsqu'ils grandissent indéfiniment), on peut ajouter successivement à chaque fonction $f_n(x)$ une fonction $\varphi_n(x)$ de manière que la série nouvelle ait une limite pour $n=\infty$. On pourrait ainsi former une infinité de solutions convergentes. Ces résultats peuvent être étendus à l'équation de Fredholm. On voit ainsi l'importance de ces fonctions φ, qui n'ont pas été signalées jusqu'à présent, et qui pourtant sont des solutions *spécifiques* des équations fonctionnelles.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la distribution des nombres premiers.* Note de M. **J.-E. Littlewood**, présentée par M. J. Hadamard.

1. M. E. Schmidt a établi l'existence d'un nombre positif K, tel que

$$(1) \qquad \Pi(x) - \mathrm{L}ix + \tfrac{1}{2}\mathrm{L}i\sqrt{x} < -\mathrm{K}\frac{\sqrt{x}}{\log x}, \qquad > \mathrm{K}\frac{\sqrt{x}}{\log x},$$

pour des valeurs indéfiniment croissantes de x.

D'autre part, dans l'hypothèse de Riemann sur les racines de $\zeta(s)$, on a

$$(2) \qquad \Pi(x) - \mathrm{L}ix = \mathrm{O}(\sqrt{x}\log x).$$

Il reste entre (1) et (2) une lacune que je me propose maintenant de diminuer en remplaçant les inégalités (1) par

$$(3) \qquad \Pi(x) - \mathrm{L}i(x) < -\mathrm{K}\frac{\sqrt{x}\log\log\log x}{\log x}, \qquad > \mathrm{K}\frac{\sqrt{x}\log\log\log x}{\log x}.$$

Il en résulte évidemment que l'inégalité $\Pi(x) < \mathrm{L}ix$, présumée par divers auteurs pour des raisons empiriques, ne saurait subsister pour toute valeur assez grande de x.

Les inégalités (3) sont équivalentes aux suivantes :

$$(4) \qquad \psi(x) - x < -\mathrm{K}\sqrt{x}\log\log\log x, \qquad > \mathrm{K}\sqrt{x}\log\log\log x,$$

$\psi(x)$ étant la fonction connue de Tchebichef. Je vais démontrer (4) en supposant vérifiée l'hypothèse de Riemann. Dans le cas contraire, on sait déjà plus.

Je pose $\eta = \log x$, et je désigne par

$$\tfrac{1}{2} \pm i\gamma_1, \qquad \tfrac{1}{2} \pm i\gamma_2, \qquad \ldots, \qquad \text{où} \qquad 0 < \gamma_1 \leqq \gamma_2 \leqq \ldots,$$

les zéros complexes de $\zeta(s)$. On sait [1] que

$$(5)\qquad \frac{\psi(x)-x}{\sqrt{x}} = -2\sum_{1}^{\infty}\frac{\sin\gamma_n\eta}{\gamma_n} + O(1),$$

$$(6)\qquad \frac{\psi(x)-x}{\sqrt{x}} = -2\sum_{\gamma_n\leqq T}\frac{\sin\gamma_n\eta}{\gamma_n} + O(1),$$

uniformément pour $T > x^2$,

$$(7)\qquad \sum_{1}^{\infty}\frac{\sin\gamma_n\eta}{\gamma_n} = O(\eta^2),$$

$$(8)\qquad \gamma_n = g(n) + O(1),$$

où $t = g(T) \sim \frac{2\pi T}{\log T}$ est la fonction inverse de

$$T = \frac{t\log t}{2\pi} - \frac{(1+\log 2\pi)t}{2\pi}.$$

2. Lemme. — *Soit η_0 un nombre positif quelconque, et*

$$f(z) = f(\xi+i\eta) = \sum_{1}^{\infty}\frac{e^{-\gamma_n(\xi+i\eta)}}{\gamma_n}.$$

Il y a des valeurs de z telles que $0 < \xi \leqq 1$, $\eta > \eta_0$, et

$$-\mathrm{I}\,f(z) = \sum_{1}^{\infty}\frac{\sin\gamma_n\eta}{\gamma_n}e^{-\gamma_n\xi} < -K\log\log\eta, \qquad > K\log\log\eta.$$

Je considère, par exemple, la seconde inégalité. On démontre en premier lieu que

$$(9)\qquad -\mathrm{I}\,f(\xi+i\xi) = \sum_{1}^{\infty}\frac{\sin\gamma_n\xi}{\gamma_n}e^{-\gamma_n\xi} \sim A\log\frac{1}{\xi} \qquad (A>0),$$

quand ξ tend vers zéro. Ceci se déduit, en effet, par un raisonnement élémentaire, de la formule

$$f(\xi+i\xi) = \int_1^{\infty}\frac{e^{-(\xi+i\xi)g(n)}}{g(n)}\,dn + O\int_1^{\infty}\frac{e^{-\xi g(n)}}{g(n)}\left(\xi+\frac{1}{n}\right)dn,$$

conséquence de (8). On peut tirer aussi de (8) l'existence d'un $a > 0$,

---

[1] On trouvera des formules équivalentes à (5), (6) et (7) dans le *Handbuch* de M. Landau, p. 365, 387, 388.

tel que

(10) $$\sum_{\gamma_n\xi>a} \frac{e^{-\gamma_n\xi}}{\gamma_n} < \frac{1}{4} \mathrm{A} \log \frac{1}{\xi}.$$

Maintenant je fais application d'un théorème connu de Kronecker, dont M. H. Bohr a reconnu le premier l'importance capitale dans la théorie des séries de Dirichlet. Soit $(x) = |x - \{x\}|$, où $\{x\}$ est l'entier le plus rapproché de x. Il y a, d'après le théorème de Kronecker, un T tel que

$$\eta_0 < \mathrm{T} < \eta_0\left(\frac{1}{\xi} + 1\right)^{\mathrm{N}} \qquad \text{et} \qquad \left(\frac{\gamma_n \mathrm{T}}{2\pi}\right) < \xi$$

pour $n \leqq \mathrm{N}$. Je choisis $\mathrm{N} = \frac{a}{\xi}$, $\eta = \mathrm{T} + \xi$; alors on a, d'après (10),

$$|\mathrm{I}\,f(\xi+i\eta) - \mathrm{I}\,f(\xi+i\xi)| \leqq \sum_{1}^{\mathrm{N}} \frac{|\sin\gamma_n\eta - \sin\gamma_n\xi|}{\gamma_n} + 2\sum_{\mathrm{N}+1}^{\infty} \frac{e^{-\gamma_n\xi}}{\gamma_n}$$
$$< 2\pi\mathrm{N}\xi + \left(\frac{1}{2}\mathrm{A} + \varepsilon\right)\log\frac{1}{\xi} < 2\pi a + \left(\frac{1}{2}\mathrm{A} + \varepsilon\right)\log\frac{1}{\xi}.$$

Donc

(11) $$-\mathrm{I}\,f(\xi + i\eta) > \mathrm{K}\log\frac{1}{\xi}.$$

Mais

$$\eta < \xi + \eta_0\left(\frac{1}{\xi} + 1\right)^{\frac{a}{\xi}},$$

et (11) subsiste pour des valeurs arbitrairement petites de ξ; d'où résulte facilement l'inégalité du lemme.

3. Il suffit donc, pour établir les relations (3), de faire voir qu'une supposition, telle que

(12) $$\psi(x) - 1 < \delta\sqrt{x}\log\log\log x$$

pour tout $\delta > 0$ et $x > x_0(\delta)$, comporte une contradiction avec notre lemme.

En faisant usage de (6) et (7), on démontre l'existence d'une courbe C ou $\xi = \xi(\eta)$, où $\xi(\eta)$ est positive, continue et décroissante, telle que

$$\left|\sum_{1}^{\mathrm{N}} \frac{\sin\gamma_n\eta}{\gamma_n} - \sum_{1}^{\infty} \frac{\sin\gamma_n\eta}{\gamma_n} e^{-\gamma_n\xi}\right| < \mathrm{K}$$

pour $o < \xi \leqq \xi(\eta)$. De (5), (12) et (13), on tire

$$-\mathrm{I} f(z) < \delta \log \log \eta \qquad [\eta > \eta_0(\delta)]$$

uniformément dans le domaine $o < \xi \leqq \xi(\eta)$. Posons

$$g(z) = e^{if(z)}(\log z)^{-2\delta}.$$

On a $g(z) = \mathrm{O}(1)$ sur C et sur la droite $\xi = 1$. On a, de plus, d'après (5), (6), (7) et (8),

$$\left| \sum_1^n \frac{\sin \gamma_\nu \eta}{\gamma_\nu} \right| = \mathrm{O}(\eta^2)$$

uniformément en n; d'où l'on tire

$$|\mathrm{I} f(z)| = \mathrm{O}(\eta^2), \qquad g(z) = e^{\mathrm{O}(\eta^2)}$$

uniformément dans le domaine $\xi(\eta) \leqq \xi \leqq 1$. Enfin, par une extension légère d'un théorème connu de M. Lindelöf, on trouve

$$g(z) = \mathrm{O}(1), \qquad -\mathrm{I} f(z) < 3\,\delta \log \log \eta$$

pour $o < \xi \leqq 1$ et $\eta > \eta_0(\delta)$, ce qui donne une contradiction avec le lemme du paragraphe 3.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations intégro-différentielles.* Note de M. **Ludwig Schlesinger**, présentée par M. J. Hadamard.

En appliquant le principe de M. Volterra aux équations différentielles linéaires

$$(1) \qquad \frac{dX_k}{dz} = \sum_{\lambda=1}^{n} X_\lambda a_{\lambda k} \qquad (k = 1, 2, \ldots, n),$$

c'est-à-dire en faisant tendre le nombre n vers l'infini, de manière que les indices λ, k deviennent des variables réelles continues entre o et 1, on parvient à l'équation intégro-différentielle linéaire

$$(2) \qquad \frac{dX(z|k)}{dz} = \int_0^1 X(z|\lambda)\, a(z|\lambda, k)\, d\lambda.$$

La résolution de cette équation, pour le domaine complexe de la variable z, conduit à une théorie analytique entièrement nouvelle, qui pré-

sente de grandes analogies, mais aussi des différences essentielles avec cette théorie des systèmes (1) que j'ai développée dans mes travaux des dernières années, en suivant la voie ouverte par M. Volterra. Je voudrais indiquer ici quelques-uns des résultats que j'ai obtenus, relatifs aux équations de la forme (2); un Mémoire étendu sur ce sujet va paraître prochainement dans un autre Recueil.

Soit $a(z|\lambda, k)$ une fonction monogène de z pour chaque point du champ $0 \leq \lambda \leq 1$, $0 \leq k \leq 1$, et supposons que le développement de Taylor de cette fonction, dans le domaine d'une valeur régulière z, soit uniformément convergent à l'intérieur du carré $0 \leq \lambda \leq 1$, $0 \leq k \leq 1$. A côté de l'équation (2), définissant un *segment* de fonctions $X(z|k)$, il convient de considérer l'équation associée

$$\frac{dY(z\,|\,i,k)}{dz} = a(z\,|\,i,k) + \int_0^1 Y(z\,|\,i,\lambda)\,a(z\,|\,\lambda,k)\,d\lambda, \tag{3}$$

dont la solution dépend des deux paramètres réels i et k. Si, pour $|z - z_0| < R$, le coefficient $a(z|i,k)$ est holomorphe, la solution $y(z|i,k)$ qui s'annule pour $z = z_0$ est holomorphe dans le même domaine. Le déterminant de Fredholm de $y(z|i,k)$ satisfait à l'équation

$$\frac{d \log \text{dét.}\, y(z\,|\,i,k)}{dz} = \int_0^1 a(z\,|\,\lambda,\lambda)\,d\lambda;$$

il est donc différent de zéro tant que $a(z|i,k)$ reste holomorphe. L'équation intégrale de Fredholm

$$\psi(i) = \varphi(i) + \int_0^1 y(z\,|\,i,\lambda)\,\varphi(\lambda)\,d\lambda$$

est donc résoluble; soit $\eta(z\,|\,i,k)$ le noyau résolvant. Alors $\eta(z\,|\,i,k)$ satisfait à l'équation *adjointe* de (3), et le coefficient de (3) est déterminé par la formule

$$a(z\,|\,i,k) = \frac{dy(z\,|\,i,k)}{dz} + \int_0^1 \eta(z\,|\,i,k)\,\frac{dy(z\,|\,\lambda,k)}{dz}\,d\lambda.$$

La solution générale de (3) s'obtient à l'aide de la formule

$$Y(z\,|\,i,k) = c(i,k) + y(z\,|\,i,k) + \int_0^1 c(i,\lambda)\,y(z\,|\,\lambda,k)\,d\lambda, \tag{4}$$

$c(i,k)$ étant un champ de constantes, c'est-à-dire une fonction arbitraire continue des variables réelles i, k, dont le déterminant de Fredholm ne

s'évanouit pas, et la solution générale de (2) est donnée par la formule

$$X(z \mid k) = c(k) + \int_0^1 c(\lambda)\, y(z \mid \lambda, k)\, d\lambda, \tag{5}$$

où $c(k)$ est une fonction arbitraire continue de k. La solution (4) de l'équation (3) correspond à une matrice intégrale y_{ik} du système (1); la solution (5) de l'équation (2), au contraire, à la solution générale y_k de (1).

Le cas, où le coefficient $a(z \mid i, k)$ est indépendant de z, a été étudié déjà par M. Volterra [1]. L'illustre géomètre obtient pour ce cas la solution

$$W[z \mid a(i, k)] = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{z^\nu}{\nu!} a^{(\nu)}(i, k),$$

qui est une fonction entière de z, admettant le théorème intégral d'addition

$$W[z + u \mid a(i, k)] = W[z \mid a(i, k)] + W[u \mid a(i, k)] + \int_0^1 W[z \mid a(i, k)]\, W[z \mid a(\lambda, k)]\, d\lambda. \tag{6}$$

L'équation du type de Cauchy

$$\frac{dV(z \mid i, k)}{dt} = \frac{a(i, k)}{t} + \int_0^1 V(z \mid i, k) \frac{a(\lambda, k)}{t}\, d\lambda \tag{7}$$

admet donc la solution $W[\log t \mid a(i, k)]$ qui, lorsque la variable t tourne autour de l'origine, se transforme, en vertu de (6), en

$$W[\log t \mid a(i, k)] + W\left[2\pi\sqrt{-1} \mid a(i, k)\right] + \int_0^1 W\left[2\pi\sqrt{-1} \mid a(i, \lambda)\right] W[\log t \mid a(\lambda, k)]\, d\lambda.$$

Si, pour l'équation générale (3), le coefficient $a(z \mid i, k)$ est uniforme autour du point singulier $z = p$, si, par exemple, ce point est un pôle de $a(z \mid i, k)$, la solution $y(z \mid i, k)$ subira une transformation de la forme (4), lorsque z tourne dans le sens positif autour de p. Il est toujours possible de déterminer $a(i, k)$ de façon qu'on ait

$$W\left[2\pi\sqrt{-1} \mid a(i, k)\right] = c(i, k).$$

---

(1) Voir *Leçons sur les fonctions de lignes*, p. 199; *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei*, 15 mars 1914, p. 394.

Nous aurons donc la représentation

$$y(z \mid i, k) = \mathrm{W}[\log(z-p) \mid a(i, k)] + f(z \mid i, k) + \int_0^1 \mathrm{W}[\log(z-p) \mid a(i, \lambda)]\, f(z \mid \lambda, k)\, d\lambda,$$

où $f(z \mid i, k)$ est uniforme autour du point $z = p$. Si, en particulier, p est un pôle du premier ordre de $a(z \mid i, k)$, on aura, après une transformation simple,

$$a(z \mid i, k) = \frac{a(i, k)}{z-p} + \mathrm{F}(z \mid i, k),$$

$\mathrm{F}(z \mid i, k)$ et $f(z \mid i, k)$ étant *holomorphes* pour $z = p$.

Ce cas correspond donc à une singularité du type de Fuchs. On pourra former aussi des équations intégro-différentielles correspondant aux systèmes linéaires canoniques, et étudier le *groupe* d'une telle équation. Mais les questions où les racines des équations fondamentales interviennent n'ont pas, en général, d'analogues dans notre nouvelle théorie, parce qu'elles conduisent à la recherche des valeurs caractéristiques des noyaux.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une méthode géométrique de formation de quelques surfaces réglées d'ordre supérieur.* Note de M. K. Bartel, présentée par M. P. Appell.

Les involutions connues déjà par Desargues ont été étudiées, en ce qui concerne leurs degrés supérieurs, surtout par E. Weyr. L'application de ces études a été jusqu'à présent très restreinte. Il nous a donc paru intéressant d'étudier par cette méthode la construction et la définition de courbes planes et de surfaces réglées.

Prenons deux faisceaux en involution de second ordre : W $(\alpha_1 \alpha_2, \beta_1 \beta_2)$ et W′ $(\alpha'_1 \alpha'_2, \beta'_1 \beta'_2)$. Si par le point W nous menons une conique C_1^2, les points de son intersection avec les rayons du faisceau W forment une série d'involution $A_1 A_2$, $B_1 B_2$, ... De même une série d'involution sera formée par les points d'intersection $A'_1 A'_2$, $B'_1 B'_2$, ... de la conique C_2^2 passant par le sommet W′. Ses droites $A_1 A_2 \equiv \alpha$ et $B_1 B_2 \equiv \beta$ se coupent au point S, alors que les droites $A'_1 A'_2 \equiv \alpha'$ et $B'_1 B'_2 \equiv \beta'$ se coupent au point S′.

Coupons les faisceaux W et W′ par une conique C^2 ne passant pas par leurs sommets. Les rayons du premier faisceau coupent alors la conique C^2

en deux groupes de quatre points $\overline{A_1}\ \overline{A_2}\ \overline{A_3}\ \overline{A_4}$ et $\overline{B_1}\ \overline{B_2}\ \overline{B_3}\ \overline{B_4}$ déterminant l'involution de quatrième ordre I_1^4, qui a six éléments doubles. La courbe d'involution correspondant à cette ponctuelle d'involution est du troisième ordre et se décompose en trois droites, elle est donc d'espèce nulle. De même les rayons du faisceau $W'(\alpha_1' \alpha_2', \beta_1' \beta_2')$ couperont la conique C^2 en deux groupes de points $\overline{A_1'}\ \overline{A_2'}\ \overline{A_3'}\ \overline{A_4'}$ et $\overline{B_1'}\ \overline{B_2'}\ \overline{B_3'}\ \overline{B_4'}$, qui déterminent l'involution I_2^4 du quatrième ordre et d'espèce nulle.

Admettons que les faisceaux $S(\alpha, \beta, \ldots)$ et $S'(\alpha', \beta', \ldots)$ sont projectifs; alors leur entremise établit une correspondance entre les groupes des ponctuelles d'involutions I_1^4 et I_2^4 sur la conique C^2, de sorte qu'à chaque ensemble de quatre points de l'involution I_1^4 correspond un seul groupe de quatre points de l'involution I_2^4. Les ponctuelles d'involutions I_1^4 et I_2^4 que nous définirons comme *projectives*, étant projetées de deux points quelconques T et T' de la conique C^2 des involutions I_1^4 et I_2^4, donnent deux faisceaux en involution projectifs, de quatrième ordre et d'espèce nulle :

$$T(a_1 a_2 a_3 a_4, b_1 b_2 b_3 b_4)\,\overline{\wedge}\,T'(a_1' a_2' a_3' a_4', b_1' b_2' b_3' b_4').$$

Menons par les sommets T et T' des droites t et t', qui ne soient pas placées sur le plan de ces faisceaux. Alors les plans $\Pi_1 \equiv (ta_1)$, $\Pi_2 \equiv (ta_2)$, ... formeront un faisceau de plans en involution de quatrième ordre et d'espèce nulle, projectif par rapport au faisceau analogue de plans $\Pi_1' \equiv (t'a_1')$, $\Pi_2' \equiv (t'a_2')$, ... placés sur l'axe t', qui ne se rencontre pas avec l'axe t. Le lieu géométrique des droites d'intersection des deux faisceaux de plans est une surface réglée dont l'ordre est le même que celui de la courbe formée par les faisceaux $T(a_1 a_2 a_3 a_4, \ldots)\,\overline{\wedge}\,T'(a_1' a_2' \ldots)$.

Pour déterminer l'ordre de cette courbe, coupons les faisceaux T et T' par une droite arbitraire m, ne passant pas par leurs centres. Prenons ensuite une conique C_0^2 et projetons sur elle d'un de ses points quelconques P les ponctuelles en involution obtenues sur la droite m. De même nous trouverons les centres d'involutions U et U' des ponctuelles d'involutions obtenues sur C_0^2. Les points U et U' forment les sommets des faisceaux projectifs en involution de second ordre; les rayons correspondants de ces faisceaux projectifs se couperont en des points d'une certaine courbe, dont l'ordre reste à déterminer. Dans ce but coupons les faisceaux d'involutions de second ordre, dont les sommets sont dans les points U et U', par une droite arbitraire m_1 et projetons les ponctuelles en involution, ainsi obtenues, sur la conique C^2 d'un de ses points arbitraires P_1. Nous

trouvons ainsi les centres M et M′ des involutions de second ordre, qui se trouvent sur C_3^2 et sont des centres de deux faisceaux de rayons projectifs, dont les rayons correspondants se couperont en des points sur la conique C_4^2. Les coniques C_1^2 et C_2^2 se couperont en quatre points qui, projetés du point P_1 sur la droite m_1, désignent les quatre points d'intersection de la droite m_1, avec la courbe marquée par les faisceaux U et U′ qui, de sorte, est une courbe de quatrième ordre C^4. La courbe C^4 coupe la conique C_0^2 en huit points qui, étant projetés du point P sur la droite m, donnent huit points d'intersection de cette droite avec la courbe formée par des faisceaux projectifs d'involutions de quatrième ordre ayant pour sommets T et T′. Cette courbe est donc de huitième ordre C^8.

Au rayon τ_1 du faisceau $W(\alpha_1 \alpha_2, \beta_1 \beta_2, \ldots)$ passant par le centre T′ correspondent dans le faisceau $W'(\alpha'_1 \alpha'_2, \ldots)$ les deux rayons τ'_1 et τ'_2. Le rayon τ_1 coupe la conique C^2, non seulement au point T′, mais encore au point $\overline{T'_1}$. Les rayons $TT' \equiv t$ et $TT'_1 \equiv r_1$ forment un couple de rayons dans le faisceau T. Les rayons τ'_1 et τ'_2 coupent la conique C^2 en quatre points $\overline{T'_1}\,\overline{T'_2}\,\overline{T'_3}\,\overline{T'_4}$, qui, réunis au centre T, forment un ensemble de quatre rayons dans ce faisceau. Les rayons t et r_1 couperont cet ensemble de quatre rayons en huit points, dont quatre se confondent avec le point T′, qui est ainsi un point quadruple de la courbe de huitième ordre C^8 que nous avons obtenue. On démontre de la même façon que le point T′ est aussi un point quadruple d'une courbe C^8.

Nous pouvons donc conclure par l'énoncé du théorème suivant :

Le lieu d'intersection des plans correspondants de deux faisceaux de plans en involution projectifs, de quatrième ordre et d'espèce nulle, est une surface réglée de huitième ordre, ayant pour deux génératrices quadruples les axes de ces faisceaux.

MÉCANIQUE. — *Sur une nouvelle formule exprimant la puissance indiquée d'un moteur à quatre temps en fonction d'éléments expérimentaux.* Note de M. G. **Kœnigs**.

1. La *puissance indiquée*, ou travail développé en une seconde par le fluide évoluant à l'intérieur du cylindre, ne peut être obtenue au moyen de l'aire du diagramme tracé par un indicateur que si la vitesse est modérée. Il faut procéder autrement dans le cas des grandes vitesses, en recourant,

par exemple, à la mesure directe du travail résistant organique développé à l'intérieur du moteur. C'est ainsi qu'a procédé M. Witz, qui a observé la période d'arrêt de la machine abandonnée, sans gaz, à elle-même. C'est encore ainsi qu'a procédé M. Lumet dans un travail récent présenté comme thèses à l'Université de Paris. Dans son étude, M. Lumet a distingué deux sortes de travail résistant : le travail résistant de première sorte tient à l'agencement même de la machine et est indépendant du taux de la pression, tandis que le travail résistant de la seconde sorte dépend, au contraire, de la valeur différentielle de la pression, c'est-à-dire de son excès sur la pression atmosphérique. L'effet de cet excès de pression est en effet d'aggraver proportionnellement les pressions des pièces les unes sur les autres et d'augmenter proportionnellement leurs frottements relatifs. D'après cela, en appelant p'_m la valeur de la pression moyenne différentielle, le taux par seconde du travail résistant qui résulte ainsi des pressions peut être représenté par Bp'_m, tandis que le taux par seconde du travail résistant de la première sorte sera représenté par A; dès lors, $A + Bp'_m$ représentera le taux par seconde du travail résistant organique total.

Pour mesurer A et B, qui sont des fonctions du nombre n de tours par minute, M. Lumet fait deux expériences. Dans la première, on fait fonctionner à n tours le moteur sans essence, en sorte qu'il aspire, comprime, détend, évacue une certaine masse d'air; soient W_1 la puissance qu'il faut lui fournir pour cela et p'_{0m} la pression moyenne de l'air évoluant; on aura $W_1 = A + Bp'_{0m}$. On ôte alors les soupapes de façon que la machine n'aspire plus d'air; soit W_2 la puissance à lui fournir pour la faire fonctionner à n tours; on aura $W_2 = A$; de là, la possibilité de calculer A et B; on trouve ainsi cette expression du travail organique absorbé par seconde

$$W_2 + (W_1 - W_2)\frac{p'_m}{p'_{0m}}.$$

2. Dans ces expériences, M. Lumet a eu recours pour p'_m à un procédé d'approximation spécial, se justifiant par la remarque que p'_m entre en facteur d'un terme relativement petit. Mais il se trouve que p'_m peut s'exprimer en fonction de la puissance indiquée $\mathfrak{P}_i$ elle-même qu'on cherche. En poussant en effet les calculs jusqu'au bout, on trouve que le quotient $\frac{p'_m}{p'_{0m}}$ a pour valeur

$$\frac{p'_m}{p'_{0m}} = 1 + \frac{\mathfrak{P}_i}{2\mathfrak{P}_c},$$

où $\mathfrak{P}_c$ représente la puissance absorbée par la compression, terme qu'on

sait calculer quand on connaît la compression volumique du moteur. D'autre part, si $\mathfrak{P}_d$ représente la puissance disponible sur l'arbre du moteur, on a

$$\mathfrak{P}_i = \mathfrak{P}_d + W_2 + (W_1 - W_2)\frac{p'_m}{p'_{0m}} = \mathfrak{P}_d + W_2 + (W_1 - W_2)\left(1 + \frac{\mathfrak{P}_i}{2\mathfrak{P}_c}\right),$$

d'où l'on tire la formule annoncée

$$\mathfrak{P}_i = \frac{\mathfrak{P}_d + W_1}{1 - \dfrac{W_1 - W_2}{2\mathfrak{P}_c}}.$$

Il est clair que dans les moteurs lourds le terme A doit l'emporter sur le terme Bp'_m; mais dans les moteurs moyens, ce terme Bp'_m joue un rôle et sa présence est nécessaire à la comparabilité des résultats.

La vérification de cette formule peut du reste être exécutée en l'appliquant à des moteurs à marche assez lente pour que l'usage d'un bon indicateur y soit possible, de façon à pouvoir obtenir $\mathfrak{P}_i$ directement au moyen du diagramme.

Il va de soi que la formule précédente entraîne une expression du rendement organique du moteur, à savoir :

$$\rho_e = \frac{\mathfrak{P}_d}{\mathfrak{P}_i} = \left(1 - \frac{W_1}{\mathfrak{P}_d + W_1}\right)\left(1 - \frac{W_1 - W_2}{2\mathfrak{P}_c}\right).$$

PHYSIQUE. — *Le mécanisme du rayonnement lumineux et le quantum d'entropie.* Note de M. **Jacques Duclaux**.

Deux séries différentes de déductions ont conduit à admettre que l'énergie d'un système peut dans certains cas varier, non pas d'une façon continue, mais par éléments finis et indivisibles. La première de ces séries se termine par l'hypothèse des quanta de Planck, d'après laquelle l'énergie d'un système rayonnant varierait par éléments de grandeur $h\nu$, h étant le quantum d'action, constante universelle, et ν la fréquence du rayonnement considéré. La seconde part de la loi de Pictet-Trouton, étendue à toutes les transformations physiques et chimiques : cette loi conduit à la notion d'un autre élément d'énergie, qui est égal au produit de l'élément d'entropie (aussi constante universelle) par une température absolue.

La comparaison des deux éléments d'énergie, définis ainsi de deux manières indépendantes, et qui semblent au premier abord de nature

entièrement différente, se fait de la façon suivante. Dans un système en état de transformation réversible quelconque à la température absolue T, et en état d'équilibre de rayonnement avec un corps noir à la même température, le rayonnement le plus abondant est celui qui correspond à une certaine fréquence ν qui est, comme on sait, proportionnelle à T : il met en jeu des éléments d'énergie optique qui sont par suite proportionnels à T et indépendants de la nature du système. En même temps, la transformation dont le système est le siège met en jeu des éléments d'énergie calorifique qui sont, comme les précédents, indépendants de la nature du système et proportionnels à T (loi de Pictet-Trouton). On constate donc une étroite analogie entre les deux éléments d'énergie, bien qu'ils semblent n'avoir rien de commun : et cette analogie est poussée encore bien plus loin, puisque, comme je l'ai déjà annoncé [1], *les valeurs numériques des deux éléments sont égales en toutes circonstances*.

L'élément d'énergie physico-chimique est donc ainsi *identique* à l'élément d'énergie optique; ce sont deux représentations différentes d'une même grandeur.

Cette identité autorise à rapprocher étroitement l'un de l'autre les deux phénomènes de l'émission lumineuse et de la transformation physico-chimique. Le plus simple des deux pourra servir à expliquer l'autre. Or, tandis que la théorie du rayonnement est encore obscure et n'évoque aucune image physique pouvant servir de guide, le sens matériel des transformations est très clair. Dans tous les cas où la loi de Pictet-Trouton entre en jeu, il y a rupture ou établissement de liens entre les atomes ou les molécules. C'est la rupture de ces liens qui produit les phénomènes de dissociation, de fusion, de vaporisation : et chaque rupture s'accompagne de l'absorption d'un élément d'énergie.

La rupture ou l'établissement d'un lien, alors même que nous n'en connaissons pas le mécanisme intime, étant un phénomène de signification physique très claire et dont l'effet est immédiatement perceptible, il y a tout intérêt à lui rapporter le phénomène beaucoup plus obscur du rayonnement. Nous dirons donc que *la cause du rayonnement est l'établissement de liens entre les atomes :* chaque fois qu'un pareil lien se forme, il rend libre un élément d'énergie indivisible qui est diffusé sous la forme de rayonnement.

Cette conception des faits conduit à diverses conséquences :

---

[1] *Comptes rendus*, t. 156, p. 142.

1° L'émission lumineuse se fait, conformément à une théorie déjà proposée, par éléments de lumière. Ceci ne s'applique qu'au rayonnement continu : il n'y a aucune raison d'admettre que le rayonnement monochromatique se fasse aussi par éléments, ou du moins que ceux-ci soient identiques aux autres : car le rayonnement monochromatique n'est pas sous la dépendance des liens entre atomes et reste, par suite, en dehors de ce qui précède.

2° L'absorption de la lumière se fait évidemment par éléments, si elle a pour effet la rupture de quelques liens. On conçoit qu'elle puisse se faire aussi par fractions infiniment petites, l'énergie ainsi emmagasinée étant insuffisante au-dessous d'une certaine quantité pour produire aucune rupture et pouvant être restituée sans avoir agi lorsque sa densité vient à diminuer.

3° La triboluminescence devient un phénomène d'ordre général. Toutes les déformations, en effet, s'accompagnant de modifications dans le nombre des liens interatomiques, doivent en même temps s'accompagner d'un rayonnement. Celui-ci est particulièrement intense là où la déformation est maxima, c'est-à-dire le long des surfaces de cassure ou d'agglomération.

4° Le quantum d'action de Planck devient, par l'intermédiaire d'une transformation numérique, un *quantum d'entropie* dont la signification physique est beaucoup plus nette. Ce quantum d'entropie, indépendant de toute considération de nature des corps, de température et de mouvement, est une constante universelle, ou encore un constituant universel, auquel on pourra, si l'on y trouve quelque avantage, accorder l'existence réelle.

5° La signification physique attachée par la nouvelle interprétation, fondée sur la loi de Pictet-Trouton, à l'hypothèse des quanta permettra sans doute de limiter le champ d'application de cette hypothèse. Actuellement, il semble qu'on ait pris le parti de l'appliquer, *pour voir*, à tous les phénomènes imaginables. Or il semble que son domaine se réduise à ceux-là seuls de ces phénomènes qui font intervenir les liens entre atomes, de telle sorte que la notion de quantum ne s'appliquerait pas dans l'atome. Si, comme il est possible, l'existence du quantum d'entropie est la base du second principe de la thermodynamique, il en résulterait en même temps que l'intérieur de l'atome échappe à la thermodynamique et par suite aussi à la notion de température. Cette conclusion ne serait pas en désaccord avec ce que nous savons du rayonnement monochromatique, de la radioactivité et du magnétisme.

Je remarquerai en terminant que l'action exercée sur le rayonnement

par les liens, permanents ou temporaires, existant entre les atomes, est déjà connue, puisque c'est par la présence de ces liens (ou, ce qui revient au même, par les réactions entre atomes) qu'on a expliqué la production de spectres continus par les solides ou liquides incandescents. Mais la conception que je viens de présenter est très différente et beaucoup plus précise par suite de l'élément quantitatif qu'y introduit la loi de Pictet-Trouton. Elle a, de plus, l'avantage de mettre au service de la théorie du rayonnement la Chimie presque tout entière, puisque l'étude des liens entre atomes ou molécules est justement l'un des objets principaux de cette science. Les suggestions de l'expérience se montreront peut-être plus fécondes, dans l'étude de cette question, que les raisonnements de pure Mécanique.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la propagation des ondes hertziennes le long d'un fil enroulé en hélice.* Note [1] de M. **F. Bourcier**, présentée par M. Lippmann.

Sur un conducteur rectiligne le long duquel se propagent des ondes de Hertz, j'ai intercalé un fil enroulé en hélice et je me suis proposé de comparer le temps que les ondes mettent à franchir le fil enroulé à la durée de propagation le long du fil rectifié.

J'ai utilisé une méthode employée par M. Gutton [2] pour l'étude de la transmission des ondes par un condensateur.

De part et d'autre et parallèlement à l'une des plaques d'un excitateur de Hertz sont disposées symétriquement deux plaques de zinc identiques à chacune desquelles est soudée l'extrémité d'un fil de cuivre. L'excitateur envoie simultanément des trains d'ondes identiques le long de chacun de ces fils. Ceux-ci, après un parcours de $7^m,50$ environ, aboutissent au milieu de deux tiges métalliques verticales disposées parallèlement à deux côtés opposés d'un résonateur rectangulaire dont la coupure est au milieu d'un côté horizontal. Si, pour les deux trains d'onde, les durées de propagation le long des fils sont égales, les ondes arrivent simultanément au résonateur, leurs actions sur ce dernier se retranchent, et l'on n'observe pas d'étincelle à la coupure. Pour obtenir ce réglage, on intercale sur l'une des lignes une coulisse formée d'une tige qui glisse dans un tube; on peut ainsi modifier à volonté et d'une facon continue la longueur de la ligne et déterminer la position de la coulisse qui correspond à la disparition de l'étincelle.

---

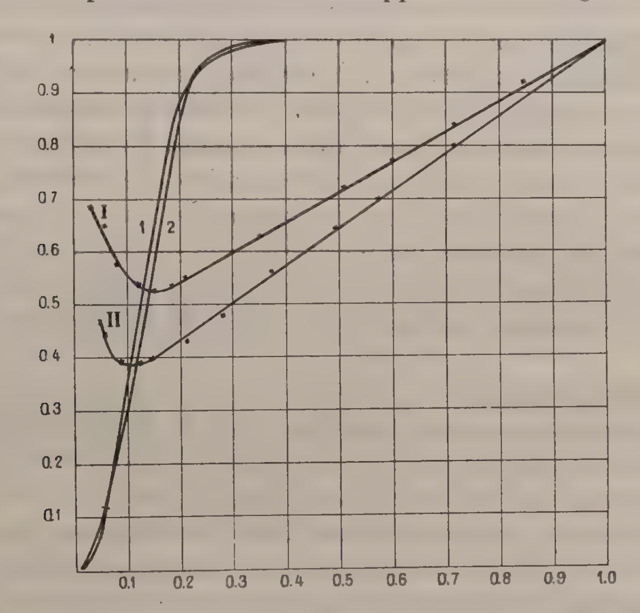
(1) Présentée dans la séance du 15 juin 1914.

(2) C. Gutton, *Comptes rendus*, t. 126, 1898, p. 1092.

Cette détermination étant faite, on remplace sur l'autre ligne une partie du fil rectiligne par une égale longueur d'un fil régulièrement enroulé en hélice. Pour retrouver une étincelle de longueur minimum au résonateur, il faut diminuer la coulisse; le temps employé par les ondes à franchir l'hélice est donc plus court que la durée de propagation le long du fil rectifié.

Soient L la longueur du fil enroulé, l la longueur dont on a raccourci la coulisse. Le rapport $\frac{L-l}{L}$ est le rapport du temps employé par les ondes à franchir l'hélice à la durée de propagation le long du fil rectifié.

Des séries de mesures ont été faites sur des hélices de pas croissants obtenues en tirant sur le fil enroulé. Les résultats obtenus avec deux des hélices employées sont représentés par les courbes I et II de la figure ci-dessous. On a porté en abscisses le rapport de la longueur de l'hélice



comptée suivant l'axe à la longueur totale L du fil enroulé et en ordonnées le rapport $\frac{L-l}{L}$.

	Longueur du fil L.	Nombre de spires.	Diamètre de l'hélice.
I	3^{m}, 10	29,5	33^{mm}
II.............	3^{m}, 20	61,5	16^{mm}, 5

Les diamètres des cylindres sur lesquels s'enroulent les hélices ont été mesurés pour les spires en contact.

La longueur des ondes hertziennes était $2^m,60$.

Ces courbes montrent que *lorsqu'on étend une hélice en allongeant son pas, il y a une valeur de celui-ci pour laquelle les ondes traversent l'enroulement dans un temps minimum.*

Lorsque les spires sont très serrées, les oscillations électriques sont en grande partie réfléchies et l'intensité des ondes transmises devient très faible : il n'est plus possible de faire des mesures lorsque le pas est trop petit.

J'ai d'ailleurs étudié l'intensité des ondes transmises. Les ondes étaient produites par un excitateur de Lecher et envoyées le long d'une ligne formée de deux fils de cuivre parallèles de 19^m de longueur. La longueur d'onde était la même que dans les expériences précédentes. Les deux fils aboutissent à deux hélices en fil de cuivre identiques disposées parallèlement. L'intensité des ondes transmises au delà de ces hélices était mesurée avec une soudure fer constantan. A cet effet, la soudure était intercalée sur un pont en gros fil de cuivre et était traversée par les ondes transmises par les hélices. De part et d'autre de la soudure, les fils de cuivre constituant le pont étaient reliés à un galvanomètre, le passage des ondes échauffait les fils très fins de fer et de constantan; quant à la température des soudures avec les gros fils de cuivre, elle n'était pas sensiblement modifiée. Afin d'obtenir des ondes très régulières, les étincelles oscillantes à l'excitateur étaient produites par une machine de Holtz tournant à vitesse constante.

On a mesuré le rapport de l'intensité des ondes qui ont traversé les hélices à l'intensité des ondes transmises par un fil rectiligne. Pour des hélices identiques à celles des expériences précédentes, les courbes 1 et 2 représentent l'intensité des ondes transmises en fonction du rapport de la longueur de l'hélice, comptée suivant l'axe à la longueur totale des fils. Cette intensité augmente d'abord très vite lorsqu'on allonge le pas, et les ondes sont presque intégralement transmises bien avant que le fil soit complètement rectifié.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les courants de Foucault dans un tore de fer doux plein et l'influence de l'hystérésis.* Note de M. A. **Defretin**, présentée par M. E. Bouty.

Lorsqu'un tore conducteur est aimanté par une bobine annulaire, parcourue par un courant alternatif, l'induction n'est pas uniforme dans sa section [1].

Supposons constante la perméabilité μ de la substance du tore; l'induction b, à la distance r du centre de la section, vérifie la relation bien connue

$$\frac{\partial^2 b}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial b}{\partial r} = \frac{4\pi\mu}{\rho}\frac{\partial b}{\partial t},$$

si ρ désigne la résistivité et t le temps [2].

Cette relation peut, en désignant par h le champ résultant au point et à l'instant où l'induction est b, se mettre sous la forme

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r} = \frac{4\pi}{\rho}\frac{\partial b}{\partial t}. \tag{1}$$

Cette deuxième relation est tout à fait générale. On peut l'établir sans faire aucune hypothèse sur la perméabilité de la substance; elle est vraie même s'il y a de l'hystérésis. C'est elle que nous avons utilisée pour l'étude des courants de Foucault dans un tore de fer doux plein, en tenant compte de l'hystérésis, dans le cas où le fer n'est pas saturé.

Nous supposons que le champ résultant h et l'induction b sont liés à chaque instant par la loi qu'exprime le cycle d'hystérésis statique de la substance, et nous négligeons les harmoniques. Soit alors

$$h = \mathrm{H}_m \sin\omega t \qquad (\omega = 2\pi\mathrm{F}).$$

On sait qu'on peut écrire

$$b = \mathrm{B}_m \sin(\omega t - \varepsilon),$$

ε étant l'angle hystérétique.

Nous définissons la perméabilité μ comme étant le quotient

$$\mu = \frac{\mathrm{B}_m}{\mathrm{H}_m}.$$

---

(1) Il se produit un effet analogue à l'*effet Kelvin*. Voir notamment R. Swyngedauw, *Comptes rendus*, 25 août 1913.

(2) Pour cette étude, voir Maurain, *Thèse*, Paris, 1898 (1re Partie).

Les quantités μ et ε sont déterminées d'après le cycle d'hystérésis statique. Nous admettons qu'elles sont constantes.

En notations imaginaires, on a alors

$$\mathfrak{B} = \mu \mathcal{H} e^{-j\varepsilon} \qquad (j = \sqrt{-1}).$$

Posons

$$\lambda^2 = \frac{8\pi^2 F\mu}{\rho} j e^{-j\varepsilon} \qquad (e = 2,71828\ldots).$$

La relation (1) devient alors

$$\frac{d^2\mathfrak{B}}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\mathfrak{B}}{dr} + \lambda^2\mathfrak{B} = 0.$$

Désignons par a le rayon de la section du tore, par $\mathfrak{B}_a$ la correspondante imaginaire de l'induction à la surface du tore. L'induction moyenne (quotient du flux total par l'aire de la section) s'écrit

$$\mathfrak{B}_{\text{moy}} = \mathfrak{B}_a \frac{2}{\lambda a} \frac{J_1(\lambda a)}{J_0(\lambda a)},$$

J_0 et J_1 désignant les fonctions de Bessel d'ordre 0 et d'ordre 1.

Lois limites. — L'expression qui multiplie $\mathfrak{B}_a$ est assez compliquée; elle dépend du module z de la quantité λa et de l'angle ε. Nous avons établi théoriquement, et vérifié par un calcul numérique, que, à partir de la valeur $z = 8$ environ :

1° Le module de cette expression est égal sensiblement à la valeur

$$\frac{2}{z} = \frac{1}{\pi a \sqrt{\dfrac{2F\mu}{\rho}}};$$

2° Son argument est constant et égal à

$$-\frac{\pi}{4} + \frac{\varepsilon}{2}.$$

Il en résulte que : *La valeur efficace de l'induction moyenne (ou bien du flux total d'induction), pour un noyau et pour un courant magnétisant donnés, varie en raison inverse de la racine carrée de la fréquence, si celle-ci est assez grande.*

On trouve exactement la même loi lorsqu'il n'y a pas d'hystérésis. *L'hystérésis magnétique a donc pour seul effet de diminuer le décalage de l'induc-*

tion moyenne sur l'induction à la surface d'un angle égal à $\frac{\varepsilon}{2}$ (ε varie de 15° à 25° environ pour le fer doux).

Dans les expériences que nous poursuivons, faites jusqu'ici sur un noyau de fer doux plein ayant une section de 1^{cm} de diamètre, pour lequel $\mu = 1162$, $\varepsilon = 18°$, nous avons vérifié ces deux lois limites avec une erreur relative de 3 à 4 pour 100. (La fréquence F variait de 31 à 51; $\rho = 13,5$ microhms : cm.)

Nous avons également appliqué ces lois d'une façon très satisfaisante aux résultats numériques publiés par M. Maurain ([1]), obtenus sur un tore plein en fer doux de 25^{mm} de diamètre; les phénomènes d'arrondissement des cycles d'hystérésis qu'il a constatés s'expliquent d'une façon quantitative en admettant qu'ils sont dus aux courants de Foucault qui se produisent dans la masse conductrice du fer.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur une réduction de l'oxyde de carbone par l'hydrogène, provoquée par l'émanation du radium.* Note de M. **Otto Scheuer**, présentée par M. A. Haller.

Dans une Note ([2]) intitulée *Sur la synthèse des sucres par les émanations radioactives*, MM. J. Stoklasa, J. Sebor et V. Zdobnicky ont annoncé que, sous l'action de l'émanation du radium, le gaz carbonique pouvait être réduit par l'hydrogène naissant en donnant naissance à de la formaldéhyde. L'hydrogène naissant était fourni par l'action de la potasse caustique sur l'alliage de Dewar [Al, Cu, Zn]. Il semble *a priori* qu'il ne soit pas nécessaire de faire intervenir un processus chimique pour produire cet hydrogène naissant. En effet, dans l'expérience de ces auteurs, faite en milieu aqueux, l'action du radium sur l'eau et sa vapeur suffit à le fournir constamment.

Les constituants à partir desquels on peut obtenir la formaldéhyde sont vraisemblablement CO ou CO^2 mélangés à H^2 ou H^2O. Il nous a semblé intéressant de reprendre l'étude de cette réaction en nous plaçant dans des conditions aussi simples que possible, et c'est pourquoi nous avons choisi comme premier système un mélange de CO et H^2.

Les deux gaz ont été préparés dans un état de pureté tel qu'ils auraient pu servir à la détermination de leurs densités respectives. L'appareil, qui sera décrit en détail

---

([1]) *Loc. cit.* (2e Partie).

([2]) *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 646.

dans une publication ultérieure, comprenait deux ballons jaugés, soudés aux deux extrémités d'un tube capillaire en U portant une graduation en millimètres et calibré. A la partie inférieure de ce tube était soudé un récipient à mercure permettant de le faire monter à volonté dans les deux branches de l'U qui servait de manomètre.

Au début de l'expérience, l'émanation purifiée est introduite dans un des ballons par la méthode que nous avons décrite en collaboration avec M. Duane [1] et sa quantité mesurée par la méthode des rayons γ. L'autre ballon contient le mélange gazeux. Par une manœuvre simple du mercure dans l'U, on fait passer une partie du mélange gazeux dans le ballon contenant l'émanation sans que celle-ci puisse passer dans l'autre; à ce moment, la pression lue sur un manomètre auxiliaire est la même dans les deux ballons, et le niveau du mercure le même dans les deux branches. Le manomètre capillaire permet de suivre les variations de volume résultant de la réaction du gaz contenu dans le ballon à émanation, en maintenant le mercure à un niveau constant dans la branche qui communique avec le second ballon. La réaction s'accompagne d'une diminution progressive de volume.

Une expérience effectuée à 15° dans un ballon de 6^{cm} de diamètre a porté sur un mélange contenant en volume 43,71 pour 100 de H^2 et 56,29 pour 100 de CO sous une pression initiale de 1471^{mm}, mélange dont le volume ramené à 760^{mm} était de $240^{cm^3},122$ et sur une quantité d'émanation de 96,05 millicuries. Au bout de 19 jours, la pression était tombée à 1366^{mm}, ce qui correspond à un volume final, à 760^{mm}, de $217^{cm^3},332$ et à la disparition de $22^{cm^3},79$, soit de $1^{cm^3},8$ par curie-heure. L'analyse du gaz final, dont l'odeur ne présentait aucune particularité, a été faite par eudiométrie avant et après détermination du CO contenu, et a donné pour 100^{cm^3} :

$$H^2 = 34,19 \text{ pour } 100, \qquad CO = 60,38 \text{ pour } 100, \qquad C_n H_m = 5,43 \text{ pour } 100.$$

Si l'on cherche à accorder ces résultats avec la diminution de volume observée, on trouve que la composition des hydrocarbures est très voisine de celle de CH^4. En supposant que les hydrocarbures contiennent 97,77 pour 100 de CH^4 et 2,23 pour 100 de C^2H^6, la composition en volume final du gaz serait $H^2 = 34,19$ pour 100, $CO = 60,38$ pour 100, $CH^4 = 5,31$ pour 100, $C^2H^6 = 0,12$ pour 100 et la diminution totale du volume de $22^{cm^3},854$ qui coïncide, aux erreurs d'expérience près, avec le nombre expérimental $22^{cm^3},79$.

Le mélange gazeux ne contenait ni aldéhyde formique, ni alcool méthylique. Au cours de cette expérience et dans une autre faite simultanément, et dans les mêmes conditions, dans un second ballon témoin, nous avons observé dans les premiers jours, sur la paroi intérieure des ballons, la for-

(1) *Le Radium*, t. X, 1913.

mation d'un dépôt solide, excessivement faible, dépôt qui, dans l'expérience décrite plus haut, a disparu vers le quatrième jour. Dans le ballon témoin nous avons pu, au bout de deux jours, caractériser la formaldéhyde par la réaction de Voisenet [1].

On doit en conclure que le gaz CO, sous l'action de l'émanation, est réduit par H^2 et donne d'abord HCHO qui lui-même est ensuite complètement réduit en méthane qui paraît être le principal produit ultime de la réaction. A côté de lui semble exister une petite proportion d'autres hydrocarbures. La formation intermédiaire d'alcool méthylique n'a pas été observée dans ces expériences, bien qu'elle paraisse probable. Toutes ces réactions sont accompagnées d'une production d'eau; sa présence a été caractérisée par l'apparition d'un givre très léger en maintenant la partie inférieure du ballon à — 2°.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur les propriétés électrochimiques du radium* B *et du thorium* B. Note de M. **Z. Klemensiewicz**, présentée par M. E. Bouty.

De nombreuses recherches, effectuées récemment par plusieurs savants, ont démontré que quelques groupes d'éléments jouissent de cette propriété bien étrange, que les éléments appartenant au même groupe paraissent extrêmement semblables au point de vue chimique et physico-chimique, malgré la différence de leurs poids atomiques allant jusqu'à 8 unités. On a essayé plusieurs réactions chimiques et différents procédés physico-chimiques tels que la cristallisation, la sublimation, l'électrolyse, etc.; il n'a pas été possible d'obtenir même un indice de séparation de ces éléments qu'on a nommé les *isotopes*. Mais les limites d'erreur n'étant pas bien précisées dans la plupart des recherches, il serait prématuré de considérer les éléments dont nous avons parlé comme absolument ou même pratiquement identiques au point de vue chimique et physico-chimique. Nous nous sommes donc proposé de déterminer quantitativement la limite inférieure d'identité de ces éléments. Pour obtenir des résultats favorables, ce sont surtout le radium B et le thorium B supposés identiques avec le plomb, dont les poids atomiques diffèrent relativement de 8 et 6 unités, qui méritent la préférence.

Comme toutes les propriétés chimiques sont mutuellement liées, il

(1) *Bull. Soc. chim.*, 3e série, 1905, p. 33.

nous parut inutile de chercher une réaction spéciale susceptible de produire la séparation, lorsque tant d'autres sont restées inefficaces. Nous avons plutôt choisi un procédé capable de donner de résultats bien précis et qui ne demande que très peu de temps, ce qui est indispensable dans le cas du RaB. Cette méthode consiste dans la détermination du rapport de répartition d'un corps radioactif entre l'amalgame du métal supposé isotope et une solution aqueuse d'un de ces sels. Elle est donc bien générale. Voici comment je la mets en œuvre.

On agite une certaine quantité d'amalgame de plomb (1^g Pb environ dans 5^{cm^3} à 10^{cm^3} Hg) quelques minutes avec 5^{cm^3} d'une solution de nitrate de plomb $\frac{N}{10}$, rendue acide à $\frac{N}{50}$ par l'acide nitrique afin d'éviter la formation d'un précipité. Cette solution restait auparavant pendant quelques heures, saturée avec environ 0,1 curie d'émanation du radium, après quoi on l'a laissé bouillir pour éliminer l'émanation non décomposée. L'agitation terminée, on sépare la solution et l'amalgame et on lave ce dernier en agitant avec une solution de nitrate mercureux $\frac{N}{10}$ et d'acide nitrique N. Ainsi le plomb et le radium B se trouvent répartis entre deux solutions : la solution primitive et la solution de lavage. On verse dans les deux solutions de l'acide chlorhydrique, on les évapore et l'on chauffe encore 15 minutes à 125° pour chasser le mercure présent sous forme de sublimé. On obtient ainsi deux fractions de cristaux de chlorure de plomb, activées par le chlorure de radium B. Celles qui proviennent de l'amalgame contiennent, en outre, le radium C formé avant la séparation des deux phases. Comme l'activité de celui-ci décroît un peu plus vite seulement que celle du produit B, il est indipensable de l'éliminer. A cet effet, on met les deux sels en solution dans 10^{cm^3} environ d'acide nitrique chaud à $\frac{1}{100}$ N et l'on plonge dedans deux lames de nickel. Pour obtenir une séparation plus complète, il faut répéter l'opération en prenant des lames nouvelles. Les solutions sont maintenant évaporées une seconde fois, après quoi on étend les cristaux pulvérisés sur de petits disques en laiton de surfaces égales. A partir d'une certaine épaisseur de la couche, la quantité de substance est sans importance. J'ai mesuré le rayonnement total à l'aide d'un quartz piézoélectrique.

Au lieu de laver l'amalgame avec une quantité de liquide suffisante pour entraîner tout le plomb d'un seul coup, j'ai adopté, dans les recherches postérieures, la méthode du lavage fractionné, en divisant cette quantité en 10 parties agitées successivement avec l'amalgame. On compare l'activité de la solution originale à celle de l'avant-dernière et de la dernière fraction. Ainsi on peut augmenter à volonté la sensibilité de la méthode. Avec un peu d'habitude, on arrive à effectuer toutes ces opérations en 2 à 3 heures.

Les essais avec le thorium B sont faits d'une manière analogue. On activait la solution en laissant passer un courant d'air chargé de l'émanation mise en liberté par

un échantillon assez fort de radiothorium. En vue de la grande différence entre la période du thorium B et celle du thorium C, on n'a pas séparé le produit C sur le nickel; on s'est contenté d'attendre quelques heures, jusqu'à ce que l'activité due au thorium C présent au début soit devenue négligeable.

J'ai répété plusieurs fois ces expériences. Dans aucun cas je n'ai trouvé *de différence d'activité* entre le chlorure de plomb provenant de la solution originale et celui qui était obtenu par le lavage de l'amalgame. Si la dernière fraction montrait quelquefois une activité légèrement plus grande, cette différence était due uniquement au produit C, puisqu'elle disparaissait peu à peu avec le temps; on ne l'a jamais observée sur l'avant-dernière fraction, les produits C étant sensiblement plus nobles que les B.

Les mesures étant effectuées dans des conditions parfaitement comparables, il était possible d'obtenir une *exactitude de* 0,5 pour 100. *Les fractions voisines ne peuvent donc différer que de* 0,5 pour 1000.

Le potentiel électrolytique d'une électrode réversible est donné d'après M. Nernst par l'expression $E = \frac{RT}{n} ln \frac{P}{c}$, n étant la valence d'ion, c sa concentration, P une constante particulière du métal, nommée *tension électrolytique*. Dans le cas où le métal est présent sous la forme d'un amalgame, il faut mettre $P = kC$, C étant la concentration du métal dans l'amalgame. Dans notre cas on a donc

$$E = \frac{RT}{n} ln \frac{k_{Pb} . C_{Pb}}{c_{Pb}} = \frac{RT}{n} ln \frac{k_{M} . C_{M}}{c_{M}},$$

où l'indice M marque les grandeurs relatives au métal radioactif. La valence est, comme on le sait, la même. Comme les rapports $\frac{C_{Pb}}{c_{Pb}}$ et $\frac{C_{M}}{c_{M}}$ diffèrent de moins de 0,5 pour 1000, k_{Pb} et k_{M} ne peuvent différer au plus que de 0,5 pour 1000; il en est donc de même pour P_{Pb} et P_{M}.

Les potentiels électrolytiques normaux $E_{N} = 0,029 ln P$ *de radium* B *et de thorium* B *sont donc égaux à celui du plomb à* 2.10^{-5} *volt près*. Les différences sont alors au moins cent fois plus petites que celles qu'on observe sur des échantillons d'un même métal, qui ont subi des traitements mécaniques différents. L'affinité chimique étant profondément liée aux propriétés électrochimiques, une similitude analogue est donc à prévoir pour toutes les réactions chimiques des éléments dont nous avons parlé.

PHOTOCHIMIE. — *Étude de la dispersion des rayons ultraviolets par les corps organiques.* Note de M. **Victor Henri**, présentée par M. Dastre.

L'étude quantitative de l'absorption des rayons ultraviolets nous a conduit à un certain nombre de résultats généraux relatifs à la production de l'absorption par des groupements moléculaires déterminés et à l'influence mutuelle de ces groupes chromophores. L'analyse du mécanisme de l'absorption, la recherche de ses lois et le calcul *a priori* du spectre d'absorption d'un corps quelconque ne peuvent être faites que si l'on détermine pour les mêmes corps l'indice de réfraction des rayons ultraviolets.

La réfractométrie des rayons ultraviolets n'a presque pas été étudiée jusqu'ici; on a mesuré les indices de réfraction ultraviolets seulement pour l'eau, l'alcool, la benzine, le xylol et le sulfure de carbone. Les recherches de réfractométrie dans l'ultraviolet présentent donc un intérêt également pour l'étude des lois de la réfractométrie elle-même. On ne sait, par exemple, pas du tout si l'additivité des pouvoirs réfringents moléculaires se produit pour les rayons ultraviolets, qui sont nettement absorbés, même par les corps les plus simples (alcools, acides, etc.); de même, certains groupements, qui possèdent dans le spectre visible le même pouvoir réfringent, par exemple le carbonyl et le carboxyl, présentent, ainsi que nous le montrerons, une très grande différence dans l'ultraviolet, la réfractométrie des rayons ultraviolets donne donc une méthode de détermination de la constitution chimique plus fine que les mesures faites dans le spectre visible.

Pour étudier les indices de réfraction dans l'ultraviolet, j'ai prié M. Hilger, de Londres, de me construire un réfractomètre en quartz, qui puisse s'adapter devant un spectrographe.

Les rayons d'une étincelle condensée entre des électrodes Fe-Cd tombent sur un prisme à arête horizontale d'angle $i (= 29°40')$ qu'on remplit avec le liquide étudié. Un prisme en quartz à arête horizontale et d'angle variable fait corps avec le prisme liquide. Pour une valeur de l'angle du prisme en quartz égale à α, les rayons de longueur d'onde λ_1, déviés par le prisme liquide, sont ramenés dans leur direction primitive par le prisme en quartz. Les autres rayons sont déviés soit vers le haut, soit vers le bas. On obtient ainsi un petit spectre qu'on fait tomber sur la fente du spectrographe. La photographie donne un spectre incliné qui coupe le spectre témoin obtenu sans prisme liquide pour la longueur d'onde λ_1. L'indice de réfraction x du liquide

pour cette longueur d'onde se calcule par la formule

$$x \sin i = \sin(i-\alpha)\cos\alpha + \sin\alpha\sqrt{n^2 - \sin^2(i-\alpha)},$$

où n est l'indice du quartz.

On fait sur la même plaque 15 à 20 spectres différents pour différentes valeurs de l'angle α et l'on n'a plus qu'à mesurer les longueurs d'onde pour lesquelles il y a intersection des spectres.

Cette méthode, très rapide, donne une précision très satisfaisante; les écarts n'atteignent que 3 à 4 unités de la quatrième décimale et la valeur du point d'intersection λ_1 peut se mesurer facilement avec un écart maximum de 10 unités Ångström pour les $\lambda > 3000$ et de 5 unités pour les rayons ultraviolets plus courts.

Résultats. — 1° Les mesures réfractométriques pour les alcools méthylique, éthylique, propylique, butylique, amylique et heptylique, pour le glycol et pour les carbures, pentane, hexane, heptane et cyclohexane, m'ont permis de calculer les pouvoirs réfringents moléculaires pour CH^2, H et O de l'hydroxyle pour des λ variant de 4200 à 2150. On trouve que, jusqu'à environ $\lambda = 2600$, le pouvoir réfringent de CH^2 est parfaitement additif comme dans le spectre visible; pour des longueurs d'onde plus courtes, l'additivité subsiste seulement en première approximation; on observe des écarts qui augmentent de plus en plus.

Le Tableau suivant contient les valeurs de $R_{n^2} = \frac{n^2-1}{n^2+2}\frac{M}{d}$ déduites de la comparaison des corps précédents :

λ.	CH².	H.	— O —.
4200	4,72	1,08	1,52
3800	4,78	1,08	1,54
3400	4,83	1,09	1,56
3000	4,92	1,10	1,60
2800	5,03	1,12	1,62
2600	5,10	1,15	1,63
2500	5,16	1,16	1,65
2400	5,22	1,18	1,66
2300	5,34	1,20	1,66
2250	5,40	1,21	1,68
2200	5,46	1,23	1,80
2150	5,54		

Rappelons que dans le visible pour CH^2, R_{n^2} varie seulement de 4,60 à 4,71 entre $\lambda = 6563$ et 4341.

2° La variation de l'indice de réfraction des corps précédents peut être représentée très exactement par la formule $n^2 = a + \frac{b\lambda_0^2}{\lambda^2 - \lambda_0^2}$ et, de même, le pouvoir réfringent peut être représenté par la formule

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}\frac{M}{d} = \alpha + \frac{\beta.\lambda_0^2}{\lambda^2 - \lambda_0^2}.$$

Le Tableau suivant contient pour quelques corps les valeurs de n calculées et observées :

	Alcool méthylique. ($a = 1{,}748$; $b = 0{,}512$; $\lambda_0 = 1145$.)		Alcool éthylique. ($a = 1{,}839$; $b = 0{,}396$; $\lambda_0 = 1310$.)		Alcool propylique. ($a = 1{,}895$; $b = 0{,}580$; $\lambda_0 = 1211$.)	
λ.	$n_{calc.}$	$n_{obs.}$	$n_{calc.}$	$n_{obs.}$	$n_{calc.}$	$n_{obs.}$
4200.....	1,3375	1,3375	1,3718	1,3718	1,3953	1,3955
3800.....	1,3412	1,3408	1,3757	1,3760	1,4001	1,4006
3400.....	1,3466	1,3463	1,3814	1,3812	1,4067	1,4070
3000.....	1,3547	1,3545	1,3902	1,3903	1,4169	1,4167
2800.....	1,3604	1,3604	1,3965	1,3965	1,4241	1,4242
2600.....	1,3679	1,3678	1,4050	1,4050	1,4337	1,4327
2500.....	1,3725	1,3718	1,4104	1,4102	1,4396	1,4383
2400.....	1,3780	1,3767	1,4168	1,4167	1,4467	1,4454
2300.....	1,3844	1,3836	1,4246	1,4248	1,4551	1,4546
2250.....	1,3905	1,3876	1,4316	1,4294	1,4599	1,4602
2200.....	1,3922	1,3922	1,4342	1,4342	1,4653	1,4653
2150.....	1,3990	1,3975	1,4430	1,4394	1,4712	1,4715

3° Les constantes α, β et λ_0 qui déterminent complètement les valeurs des pouvoirs réfringents moléculaires des différents corps depuis $\lambda = 6563$ jusqu'à 2150 sont données dans le Tableau suivant :

	Alcool méthylique.	Alcool éthylique.	Alcool propylique.	Alcool amylique.	Pentane.	Hexane.
α.....	8,0195	12,707	17,112	26,083	24,727	29,223
β.....	5,1132	7,1734	10,148	6,792	11,62	25,45
λ_0.....	1063	1239	1114	1502	1205	965

Les valeurs de ces constantes étant liées par la théorie de Drude au nombre d'électrons qui produisent l'absorption, il y a lieu de calculer ces nombres et de rapprocher ces données des mesures que nous avons faites de l'absorption des rayons ultraviolets.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Les propriétés diamagnétiques des éléments suivent une loi périodique.* Note de M. **Paul Pascal**, présentée par M. E. Bouty.

Depuis longtemps, on avait constaté, dans la série naturelle des éléments groupés par ordre de poids atomiques croissants, une certaine fluctuation quasi périodique des qualités magnétiques, rappelant celle de tant d'autres propriétés physiques ou chimiques. Sur le graphique de Lothar Meyer, en particulier, qui représente les volumes atomiques à l'état solide en fonction des poids atomiques, les éléments diamagnétiques se groupaient de préférence sur les parties ascendantes et les sommets, laissant le reste de la courbe aux para- et ferromagnétiques.

En essayant de représenter les susceptibilités magnétiques de la même manière que les volumes atomiques, on obtient un tracé toujours irrégulier, et variable d'un auteur à l'autre, par suite des difficultés que présente l'élimination des impuretés ferromagnétiques dans la préparation des corps simples.

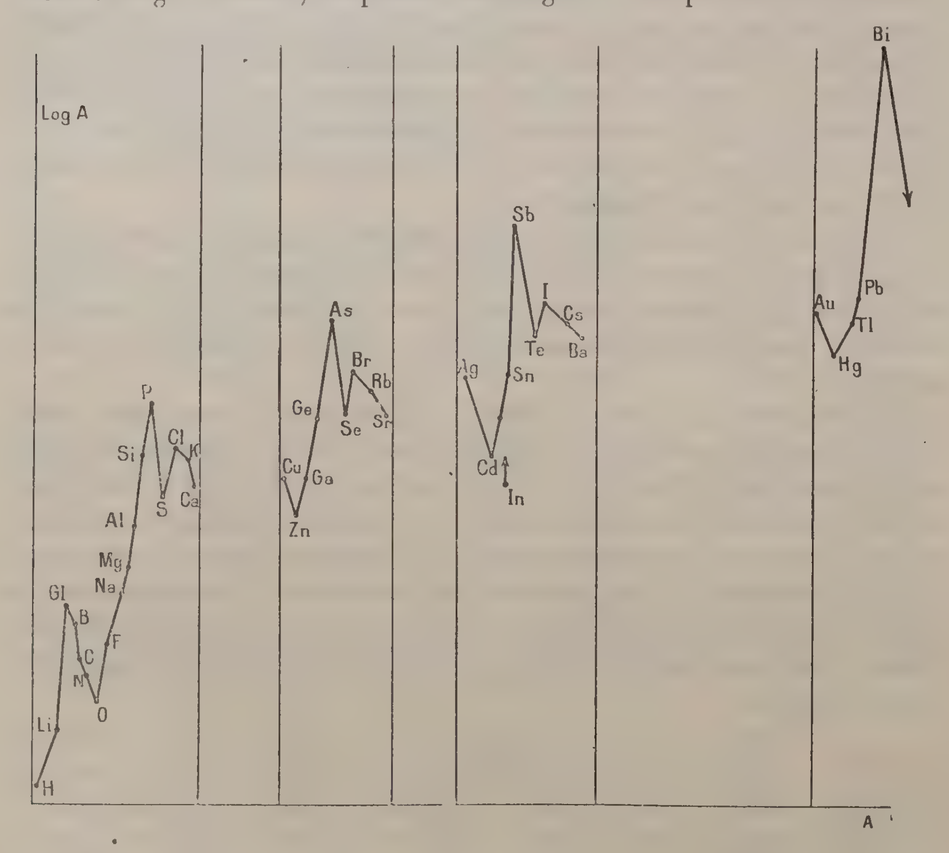
Les recherches, en partie inédites, que nous avons poursuivies depuis six ans dans le domaine de la magnétochimie, nous ont permis de déterminer, pour chaque élément, un coefficient d'aimantation atomique qui reste constant dans ses combinaisons de structure simple; ce nombre caractéristique χ_A a souvent même été identifié avec celui que fournit l'étude directe du même élément (¹). Nous pouvons ainsi en dresser le Tableau suivant, où ont été inscrits en italique les corps, déjà très nombreux, pour lesquels a été observée la concordance du diamagnétisme naturel et du diamagnétisme en combinaison.

	$-10^6\chi_A$.		$-10^6\chi_A$.		$-10^6\chi_A$.		$-10^6\chi_A$.
H......	2,93	Al.....	13,2 env.	As......	43 env.	*Te*.....	37,5
Li......	4,20	Si.....	20,0	*Se*.......	23,1	*I*.......	44,6
Gl.....	8,55	*P*.....	26,3	*Br*......	30,5	Cs......	41,0
B......	7,30	*S*......	15,0	Rb......	27,2	Ba......	38,2
C......	6,00	*Cl*.....	20,1	Sr......	24,5	*Au*.....	45,8
N......	5,57	K.....	18,5	Ag......	31,0	*Hg*″....	33,4
O......	4,61	Ca....	15,9	*Cd*......	20,0	*Tl*.....	40,3
F......	5,95	Cu′....	18 env.	In.......	>15	Pb.....	45,8
Na.....	9,2	Zn....	13,5	*Sn*^{IV}.....	30,3	*Bi*......	192
Mg.....	10,1	*Ga*....	16,8	*Sb*‴.....	74,0		

(¹) Dans le Tableau, nous utilisons, pour cette confrontation, nos propres déterminations et celles de MM. Owen, Honda, K. Onnes.

En portant en abscisses les poids atomiques, en ordonnées les logarithmes des χ_A, on obtient une série de lignes brisées régulières, qui se reproduisent périodiquement avec un aspect parfaitement identique, si toutefois on néglige quelques éléments à faible poids atomique (< 20), qui forment, comme toujours, un groupe dissident.

Sur ces lignes brisées, les points homologues correspondent exactement



aux éléments homologues d'une même famille naturelle (S, Se, Te occupent des minimum; Cl, Br, I; P, As, Sb, Bi, des maximum, etc.), et l'on peut même constater, conformément à une remarque déjà faite par nous, que tous les points analogues forment des alignements rectilignes.

Nous avons laissé de côté, dans cette classification, les éléments magnétiques. On peut remarquer de suite qu'aucune place ne leur est laissée sur les lignes jalonnées par les éléments diamagnétiques, et qu'ils s'intercaleront forcément dans les bandes verticales laissées libres dans le plan;

mais nous croyons prématuré de compléter déjà pour eux le graphique précédent. L'existence du ferromagnétisme, la difficulté et l'insécurité qu'il y a à déduire les propriétés naturelles (non additives) de ces éléments de l'étude magnétique de leurs dérivés, nous imposent encore la plus grande prudence.

C'est seulement lorsque ces difficultés auront été levées qu'on pourra savoir s'il y a lieu de leur étendre les relations périodiques que nous venons de faire apparaître de façon frappante dans le groupe des éléments diamagnétiques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le pouvoir thermo-électrique des séléniures d'étain.* Note de M. **H. Pélabon**, présentée par M. E. Bouty.

J'ai signalé, dans un travail récent, le grand pouvoir thermo-électrique de certains séléniures et en particulier du séléniure d'antimoine Sb^2Se^3 [1]. L'étude des mixtes étain-sélénium nous a fait voir que les deux composés $SnSe$ et $SnSe^2$ peuvent aussi former des couples dont la force électromotrice croît très rapidement avec la température de la soudure chaude. Ces corps étant des meilleurs conducteurs et fondant à des températures relativement élevées peuvent servir à confectionner des piles thermo-électriques très sensibles.

Partant de l'étain pur pour aboutir au sélénium pur, nous avons étudié comment varie avec la température la force électromotrice des éléments qu'on peut former en soudant à des fils de platine des alliages de plus en plus riches en sélénium.

Pour l'étain pur, nous avons constaté que la formule établie par Noll dans les limites 0°-140° traduit parfaitement les résultats de nos expériences jusqu'au point de fusion du métal : 232°.

La relation de Noll est la suivante :

$$E_0^t\,[\mathrm{Pt/Sn}] = -[287\,t + 1,15\,t^2]\,10^{-8}\ \text{volt}. \tag{1}$$

Le courant va du platine vers l'étain à travers la soudure chaude. Nous avons pu suivre les variations de E_0^t jusqu'à 570° et observer que la courbe qui a pour équation (1) se raccorde, aux températures supérieures au point de fusion, avec une partie presque rectiligne de coefficient angulaire

(1) Pélabon, *Comptes rendus*, t. 158, p. 1669.

— 0,000013. La courbe totale ne présente aucune discontinuité au point de fusion. Aux températures supérieures à 570° le platine forme avec l'étain un alliage fusible.

Le protoséléniure SnSe forme avec le platine un couple dans lequel le courant va du platine vers le séléniure à travers la soudure chaude. La force électromotrice E_0^t croît rapidement avec t (en valeur absolue), mais la courbe dont l'équation est $E_0^t = f(t)$ n'est pas une droite : elle est légèrement concave et tourne sa concavité vers l'axe des températures. Tandis qu'à 100° on a pour l'étain pur $E_0^{100}[\text{PtSn}] = 0,0004$ volt pour le protéséléniure, on a $E_0^{100}[\text{PtSnSe}] = -0,033$ volt, c'est-à-dire un nombre plus de 80 fois supérieur en valeur absolue. Jusqu'à 850°, limite de nos expériences, E décroît constamment; à 580°, cette force électromotrice E_0^{580} atteint la valeur $-0,2$ volt. Les mixtes qui renferment moins de sélénium que le protoséléniure donnent des forces électromotrices supérieures, en valeur absolue à celles qui correspondent à l'étain pur, et inférieures à celles qui se rapportent au protoséléniure. Pour certains de ces mélanges, par exemple pour 3 Se + 7 Sn, la force électromotrice présente une valeur absolue maxima très nette qui ne correspond pas à un changement d'état du mélange. Le maximum se produit en effet à 380° pour le mélange en question, alors que les températures de solidification commençante et de solidification finissante sont respectivement 820° et 230°.

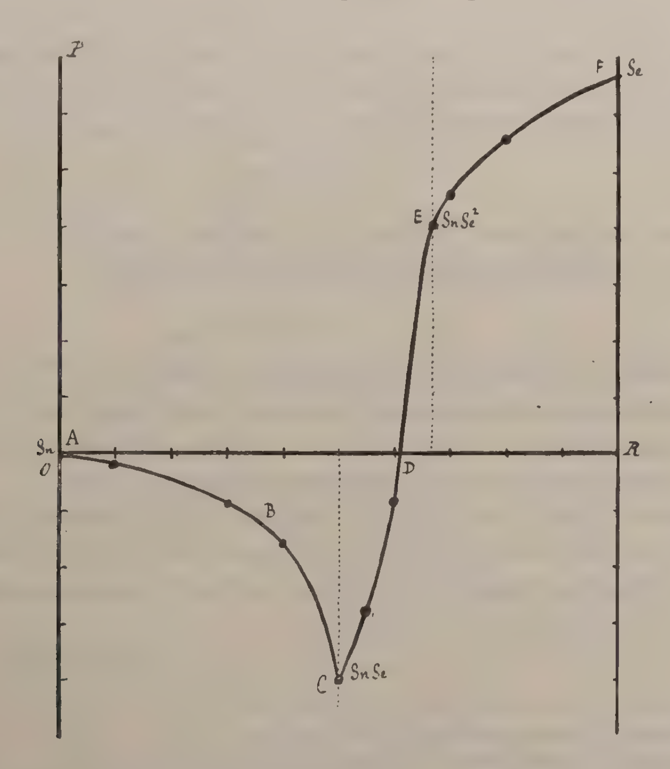
Le biséléniure d'étain $SnSe^2$ donne une force électromotrice du même ordre de grandeur que celle que donne, dans les mêmes conditions, le protoséléniure, mais elle est de signe contraire. Ici, le courant va du biséléniure au platine à travers la soudure chaude. La force électromotrice thermo-électrique varie *proportionnellement à la température* entre 100° et 600°; dans ces limites, le pouvoir thermo-électrique constant a pour valeur 0,000403. Pour les températures supérieures à 600°, la force électromotrice croît encore, passe par une valeur maxima 0,259 volt à 645°, température de fusion du composé $SnSe^2$; elle diminue ensuite, d'abord assez vite, puis régulièrement. Entre 700° et 800°, le pouvoir thermo-électrique, qui est encore constant, a pour valeur — 0,00012.

Considérons un mixte intermédiaire, par exemple 2 Sn + 3 Se, qui peut être regardé comme un mélange intime équimoléculaire des deux composés SnSe et $SnSe^2$. Il est curieux de constater que la courbe qui correspond à ce mélange a à peu près la forme et les dimensions de celle qu'on obtiendrait en portant en ordonnée la somme algébrique des ordonnées des courbes qui se rapportent au protoséléniure et au biséléniure d'étain,

pour la température considérée. Si l'on fait la construction, on s'explique très bien pourquoi le pouvoir thermo-électrique du couple considéré passe rapidement de la valeur — 0,00004 à la valeur — 0,00024 quand on franchit la température de 645°, point de fusion du biséléniure.

Les mélanges plus riches en sélénium que le biséléniure donnent des courbes très régulières présentant une ordonnée maximum au point de fusion. Ces mélanges sont peu conducteurs, d'autant moins que leur teneur en sélénium est plus forte.

Si, pour une température *t*, on détermine le pouvoir thermo-électrique de chaque mélange, on peut construire une courbe en portant en abscisse le nombre d'atomes de sélénium contenu dans 100^at^ du mélange et en ordonnée le pouvoir thermo-électrique correspondant. La forme de cette courbe varie avec *t*. Pour $t = 20°$, elle est représentée par la figure ci-après. Elle



part du point A qui correspond à l'étain pur, présente un point anguleux en C qui se rapporte au protoséléniure, traverse l'axe des abscisses en un point D, puis se termine en F qui se rapporte au sélénium pur. Le com-

posé $SnSe^2$ n'est indiqué par aucune particularité de la courbe. L'abscisse OD représente la composition d'un mélange qui, à 200°, a un pouvoir thermo-électrique nul.

Pour une autre valeur de t, la courbe n'est évidemment plus la même, mais toujours elle présente un point anguleux pour l'ordonnée qui se rapporte au protoséléniure.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur des allylcyclohexanones et des méthylallylcyclohexanones.* Note [1] de M. **R. Cornubert**, présentée par M. A. Haller.

Par une longue série de recherches sur des cétones très variées et en particulier sur la cyclohexanone [2] et les méthylcyclohexanones [3], M. Haller a montré que toute cétone contenant le groupe

$$-CH^2-CO-CH^2-$$

pouvait être alcoylée sous l'influence de l'amidure de sodium et d'un iodure d'alcoyle en donnant une cétone renfermant le complexe

$$-CR^2-CO-CR^2-,$$

les groupements R pouvant être identiques ou différents.

Les présentes recherches ont eu pour but de préparer et d'étudier les allylcyclohexanones que cette méthode permet d'obtenir à partir de la cyclohexanone et de ses trois dérivés monométhylés α, β et γ.

Ces quatre cétones ont conduit à tous les dérivés théoriquement possibles; l'allylation, tout en restant très aisée, est d'autant moins facile qu'elle est déjà plus avancée. Il se forme toujours deux corps au moins que l'on sépare par distillation fractionnée.

---

(1) Présentée dans la séance du 15 juin 1914.

(2) A. Haller, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1199.

(3) A. Haller, *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 179 et 737.

1° *Cétones dérivant de la cyclohexanone.*

Cétone.	Formules.	Ébcorr.		Diff. ramenée à 15mm.		Liquide.	Odeur.	Oxime. Cristallise en	F.	Odeur.
Cyclohexanone		49°	14mm							
Monoallylcyclohexanone [1].	(*a*)	94	16	43	Liquides incolores.	mobile	forte, de menthone	aiguilles	71°	de menthe
Diallylcyclohexanone	(*b*)	118°-120	15	25-27		mobile	de menthone	prismes	77°	de menthe
Triallylcyclohexanone	(*c*)	147-148	15	28-29		mobile	peu agréable	Ne donne pas d'oxime.		
Tétraallylcyclohexanone	(*d*)	169-170	14	23-24		un peu visqueux	désagréable	Id.		

(*a*) $\overline{CH^2 - CH^2 - CH^2 - CH^2 - CO - CH}(C^3H^5)$.

(*b*) $\overline{CH^2 - CH^2 - CH^2 - CH(C^3H^5) - CO - CH}(C^3H^5)$.

(*c*) $\overline{CH^2 - CH^2 - CH^2 - CH(C^3H^5) - CO - C}(C^3H^5)^2$.

(*d*) $\overline{CH^2 - CH^2 - CH^2 - C(C^3H^5)^2 - CO - C}(C^3H^5)^2$.

2° *Cétones dérivant de l'α-méthylcyclohexanone.*

Cétone.	Formule.	Ébcorr.		Diff. ramenée à 15mm.		Liquide.	Odeur.	Oxime. Cristallise en	F.	Odeur.
α-méthyl-cyclohexanone		57°-58°	14mm							
α-méthyl-monoallylcyclohexanone	(*a*)	96-97	14	39	Liquides incolores.	mobile	de menthe	cristaux microscopiques	49°	menthe sauvage
α-méthyl-diallylcyclohexanone	(*b*)	125-126	15	28		mobile	de menthone	Ne donne pas d'oxime		
α-méthyl-triallylcyclohexanone	(*c*)	150	15	25		légèrem. visqueux	peu agréable	Id.		

(*a*) $\overline{CH^2 - CH^2 - CH^2 - CH(C^3H^5) - CO - CH}(CH^3)$.

(*b*) $\overline{CH^2 - CH^2 - CH^2 - CH(C^3H^5) - CO - C}(CH^3)(C^3H^5)$.

(*c*) $\overline{CH^2 - CH^2 - CH^2 - C(C^3H^5)^2 - CO - C}(CH^3)(C^3H^5)$.

(1) Les constantes de toutes ces cétones présentent des singularités.

3° *Cétones dérivant de la β-méthylcyclohexanone.*

	Cétone.								Oxime.		
	Cétone.	Formule.	Éb corr.		Diff. ramenée à 16^{mm}.		Liquide.	Odeur.	Cristallise en	F.	Odeu
β-méthyl-	cyclohexanone..........		60°	16^{mm}		Liquides incolores.					
	monoallylcyclohexanone..	(*a*)	100°-103	17	42		mobile	forte, de menthe	fines aiguilles	80°-86°	pav
	diallylcyclohexanone....	(*b*)	129-130	17	28		mobile	faible, de menthe	prismes	65°	pav
	triallylcyclohexanone....	(*c*)	154-155	16	26		un peu visqueux	peu agréable	Ne donne pas d'oxime.		
	tétraallylcyclohexanone..	(*d*)	179	16	25		assez visqueux	désagréable	Id.		

(*a*) $\lceil CH^2 - CH^2 - CH(CH^3) - CH^2 - CO - CH(C^3H^5) \rceil$.

(*b*) $\lceil CH^2 - CH^2 - CH(CH^3) - CH(C^3H^5) - CO - CH(C^3H^5) \rceil$.

(*c*) $\lceil CH^2 - CH^2 - CH(CH^3) - CH(C^3H^5) - CO - C(C^3H^5)^2 \rceil$.

(*d*) $\lceil CH^2 - CH^2 - CH(CH^3) - C(C^3H^5)^2 - CO - C(C^3H^5)^2 \rceil$.

Le dérivé monoallylé semble être un mélange de la cétone indiquée et de son isomère

$$\lceil CH^2 - CH^2 - CH(CH^3) - CH(C^3H^5) - CO - CH^2 \rceil.$$

4° *Cétones dérivant de la γ-méthylcyclohexanone.*

	Cétone.								Oxime.		
	Cétone.	Formule.	Éb corr.		Diff. ramenée à 15^{mm}.		Liquide.	Odeur.	Cristallise en	F.	Odeu
γ-méthyl-	cyclohexanone..........		63°	14^{mm}		Liquides incolores.					
	monoallylcyclohexanone..	(*a*)	105-106	16	40		mobile	de menthone	aiguilles	97°-98°	pav
	diallylcyclohexanone.....	(*b*)	131-133	17	26		mobile	de menthone	tables	73°	pav
	triallylcyclohexanone....	(*c*)	154-155	15	24		légèrem. visqueux	peu agréable	Ne donne pas d'oxime.		
	tétraallylcyclohexanone..	(*d*)	169	14	16		assez visqueux	peu agréable	Id.		

(*a*) $\lceil CH^2 - CH(CH^3) - CH^2 - CH^2 - CO - CH(C^3H^5) \rceil$.

(*b*) $\lceil CH^2 - CH(CH^3) - CH^2 - CH(C^3H^5) - CO - CH(C^3H^5) \rceil$.

(*c*) $\lceil CH^2 - CH(CH^3) - CH^2 - CH(C^3H^5) - CO - C(C^3H^5)^2 \rceil$.

(*d*) $\lceil CH^2 - CH(CH^3) - CH^2 - C(C^3H^5)^2 - CO - C(C^3H^5)^2 \rceil$.

Les dérivés allylés à satiété s'obtiennent avec un rendement théorique. En ce qui concerne les dérivés monoallylés, tous ont une odeur de menthe plus ou moins franche et donnent des oximes; ils s'obtiennent avec un rendement d'autant meilleur que le groupe méthyle est plus voisin du carbonyle. Le rendement est encore plus faible avec la cyclohexanone :

Rendement en dérivé monoallylé.

	Pour 100.
α-méthylcyclohexanone	37
β-méthylcyclohexanone	16
γ-méthylcyclohexanone	16
Cyclohexanone	5

En ce qui concerne la réaction de condensation, elle est d'autant plus importante que le groupe méthyle est plus éloigné du groupe carbonyle et est plus importante encore avec la cyclohexanone fondamentale :

	Pour 100.
α-méthylcyclohexanone	2
β-méthylcyclohexanone	7,5
γ-méthylcyclohexanone	16
Cyclohexanone	23

résultat identique à ceux obtenus par M. Haller pour la méthylation et l'éthylation de ces cétones.

Enfin, la faculté à donner une oxime disparaît à partir de la *troisième substitution en α*.

On publiera bientôt l'étude des différents produits d'hydrogénation et de réduction de ces cétones : allylcyclohexanols, propylcyclohexanones et propylcyclohexanols.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelle méthode de transformation de la barbaloïne en β-barbaloïne.* Note de M. E. **Léger**, présentée par M. E. Jungfleisch.

En maintenant la barbaloïne pendant quelque temps à une température voisine de son point de fusion, j'ai pu la transformer en un isomère amorphe que j'ai nommé β-barbaloïne, isomère qui accompagne la barbaloïne dans l'aloès du Cap et dans le Succotrin (¹).

(¹) *Comptes rendus*, t. 145, p. 1179.

L'action de l'anhydride acétique sur la barbaloïne, en présence d'acétate de sodium, permet d'effectuer plus facilement cette transformation. Si l'on maintient le mélange des trois corps susnommés à la température de 100° à 110°, pendant une heure, on obtient un liquide jaune qui, additionné de son volume d'eau, ne donne lieu à aucun dépôt; mais si l'on y ajoute une grande quantité d'eau, il se forme aussitôt un précipité jaune, poisseux, qui durcit peu à peu et devient susceptible alors d'être trituré, lavé et séché à l'air.

Ce produit forme une poudre jaune, amorphe, se ramollissant vers 100°, insoluble dans l'eau, très soluble dans l'alcool et l'éther, incapable de cristalliser dans aucun dissolvant.

Il répond à la formule $C^{20}H^{13}(C^2H^3O)^5O^9$ qui correspond à une pentacétylbarbaloïne.

Le dosage de l'acétyle a été effectué en chassant, par l'acide phosphorique, l'acide acétique provenant de sa saponification alcaline et dosant volumétriquement cet acide dans le liquide distillé.

Analyse. — Acétyle trouvé, 35,89; calculé, 35,13 ([1]). Malgré l'exactitude des résultats fournis par son analyse, ce dérivé acétylé ne représente pas un composé unique; il est constitué par un mélange des dérivés pentacétylés de la barbaloïne et de la β-barbaloïne, c'est ce que montre sa saponification alcaline.

J'indiquerai ailleurs les détails de cette opération; qu'il me suffise de dire qu'elle conduit à l'obtention d'un produit jaune, poisseux, qu'on reprend par un mélange de 2^{vol} de chloroforme et de 1^{vol} d'alcool méthylique. En amorçant la solution refroidie avec quelques cristaux de barbaloïne, on obtient du jour au lendemain une cristallisation en masse. L'aloïne déposée est purifiée par deux cristallisations successives dans le même solvant.

La barbaloïne régénérée donne avec HCl et ClO^3K le dérivé tétrachloré caractéristique, cristallisant en tables dérivées d'un prisme clinorhombique (Wyrouboff).

En évaporant les eaux mères alcool méthylique-chloroforme de la première cristallisation de la barbaloïne, on obtient une aloïne amorphe

---

([1]) Le dosage du chlore dans l'acétylchlorobarbaloïne m'avait déjà révélé l'existence de cinq acétyles dans ce composé et, par suite, dans la barbaloïne, ce que la présente analyse vient confirmer (*Comptes rendus*, t. 127, p. 234).

donnant avec HCl et ClO^3K le dérivé tétrachloré de la β-barbaloïne, cristallisant, non plus en tables mais en aiguilles renfermant $5 H^2O$.

Analyse. — Trouvé H^2O : 14; calculé pour $C^{20}H^{14}Cl^4O^9 + 5H^2O$: 14,28.

Les acétylés provenant de 10^g de barbaloïne ont donné, à la saponification, 2^g,80 de barbaloïne régénérée, le reste étant constitué par de la β-barbaloïne avec des preduits d'altération de ces aloïnes.

Dans un travail récent [1], j'ai montré que les isomères des nataloïnes naturelles, obtenues par l'action de l'anhydride acétique sur ces aloïnes, sont susceptibles de se transformer les uns dans les autres. Il n'en est pas de même de la β-barbaloïne; celle-ci, une fois formée, est incapable de fournir de l'acétylbarbaloïne si on la soumet, de nouveau, à l'action de l'anhydride acétique; la transformation isomérique effectuée est définitive. Il y a là une différence importante entre la barbaloïne et les nataloïnes.

MINÉRALOGIE. — *Sur la constitution minéralogique des Shetlands du Sud.* Note de M. E. GOURDON.

La géologie des Shetlands du Sud (Antarctique sud-américaine) est à peine ébauchée. En dehors de l'île Déception, que j'ai étudiée antérieurement [2], l'expédition antarctique française a visité deux autres localités, la baie de l'Amirauté et l'île Bridgman; elles font l'objet de la présente Note, avec un résumé des analyses des roches de cette région.

La baie de l'Amirauté découpe, dans la côte méridionale de l'île du Roi-Georges, une profonde échancrure en forme de T. Ses rives élevées sont constituées, dans la plupart des points que nous avons pu aborder, par une andésite à hypersthène et augite, tantôt en coulées nettes, tantôt en masses considérables dont le mode de gisement n'a pu être précisé. C'est une roche noire (devenant plus claire quand elle est silicifiée), avec la tendance parfois à la structure columnaire. Au microscope, elle présente de grands cristaux de labrador à structure zonée, d'hypersthène et d'augite, dans une pâte vitreuse piquetée de lamelles feldspathiques et de grains de magnétite. Par suite d'altération, la roche contient soit du quartz, soit de la calcite. Des nodules de calcédoine et des zéolites apparaissent fréquemment dans

---

(1) *Comptes rendus*, t. 158, p. 1189.

(2) E. GOURDON, *Comptes rendus*, 23 février 1914.

ces roches et je ne ferai que rappeler les beaux minéraux (stilbite, heulandite, analcime, apophyllite, mésotype, scolésite, thomsonite) que j'ai décrits dans une Note antérieure (11 juillet 1910).

Il existe également des roches plus acides; c'est ainsi qu'une petite île montagneuse m'a donné une andésite quartzifiée, traversée par de nombreux filonnets de quartz. Enfin, dans un nunatak perçant le glacier, j'ai trouvé un basalte à structure diabasique, dont la haute cristallinité fait penser à un dyke.

L'île Bridgman n'est qu'un débris d'un appareil volcanique aujourd'hui disparu; elle forme, en pleine mer, une pyramide de matériaux de projection coupée par des lits de scories rouges et des coulées de lave; celle-ci est grise, pierreuse, parsemée de gros cristaux d'olivine; c'est une labradorite à olivine.

Les analyses suivantes ont été faites par M. Lassieur et par M. Boiteau :

a, trachy-andésite de l'île Déception.

b, trachy-andésite de l'île Déception.

c, andésite à hypersthène de la baie de l'Amirauté.

d, andésite de l'île Déception.

e, labradorite de l'île Déception.

f, basalte doléritique de l'île Déception.

g, labradorite à olivine de l'île Bridgman.

	a.	*b*.	*c*.	*d*.	*e*.	*f*.	*g*.
SiO^2...	69,01	67,71	57,30	60,62	53,50	49,84	54,24
Al^2O^3...	14,21	14,65	17,97	16,22	17,62	19,37	17,20
Fe^2O^3..	2,23	1,59	2,17	1,76	2,58	3,42	2,81
FeO....	2,89	3,29	3,79	5,67	6,07	3,69	4,98
MgO...	0,62	0,85	2,57	1,62	4,39	4,71	5,84
CaO....	2,11	2,34	6,72	4,18	9,22	12,35	10,19
Na^2O...	6,30	6,09	3,25	6,25	4,15	2,50	2,91
K^2O....	2,07	1,99	0,96	1,20	0,75	0,87	0,92
TiO^2...	0,58	1,00	0,56	1,54	1,65	1,32	0,91
P^2O^5...	0,12	0,16	0,20	0,24	0,36	0,11	0,09
H^2O....	0,09	0,16	4,26	0,56	0,00	1,79	0,09
	100,23	99,83	99,75	99,86	100,29	99,97	100,18
	I.4.1.4	I.5.2.4	II.4.4.4-5	II.5.2.5	II.5.3.5	II.5.4.4-5	II.5.4.4-5

Les chiffres de la dernière ligne indiquent la place de ces roches dans la classification chimico-minéralogique.

La caractéristique chimique de ces roches, dont la teneur en silice ne

tombe guère au-dessous de 50 pour 100, réside dans les proportions relatives de la chaux et des alcalis (avec prédominance de la soude sur la potasse), qui en font une série calco-alcaline.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Influence du courant électrique continu sur l'absorption des substances nutritives par les plantes.* Note de M. **Chouchak**, présentée par M. Th. Schlœsing fils.

J'ai montré dans deux Notes récentes [1] que la vitesse d'absorption par les racines des plantes d'une substance nutritive (toujours à la même concentration) varie avec les changements du milieu où plongent les racines, quand j'ajoute des sels quelconques.

Dans les mêmes conditions, l'adsorption de cette substance par les plantes tuées change parallèlement aux variations de cette vitesse d'absorption.

Comme la concentration reste la même, il fallait chercher quelle pouvait être la cause de ces variations.

J'ai pensé aux forces électriques. Pour modifier l'état électrique des plantes, j'ai fait passer un courant très faible par ces plantes plongées dans une solution nutritive très diluée. Le courant électrique pouvait aussi favoriser l'absorption des anions et des cathions par les racines selon sa direction et en vertu de loi de l'électrolyse. L'expérience a montré que cette dernière action n'existait pas.

Disposition des expériences. — 50-100 plantules de blé, bien lavées à l'eau distillée, sont enfilées sur un mince fil de platine et introduites dans un vase au fond duquel est disposé un second fil de platine. Les deux fils étaient réunis aux électrodes d'une batterie de dix accumulateurs. Par l'introduction de résistances supplémentaires, on variait l'intensité du courant de 0,5 à 250 millioniémes d'ampère dans des expériences avec les solutions nutritives. La résistance des plantes est très grande; elle dépassait 100000 ohms. La solution était constamment agitée. On employait les sels suivants : $(NH^4)^2HPO^4$, NH^4NO^3, KNO^3 etc., à la concentration de 1^{mg} à 3^{mg} de sel par litre (avec 4^{mg}-5^{mg} par litre, l'expérience ne réussit pas; la conductibilité de la solution étant beaucoup plus grande que celle des racines, le courant passe principalement par la solution). La solution nutritive, toujours de même concentration, est renouvelée après chaque expérience. On dose en fin d'expérience les éléments absorbés pendant le même temps et sous l'influence de courants de sens et d'intensité différents. Des expériences analogues étaient faites pour mesurer l'adsorption par les racines des plantes tuées (immersion de 10 minutes dans l'eau bouillante).

---

(1) *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1696 et 1784.

Voici quelques résultats obtenus.

Plantes vivantes :

a. 81 plantes dans 181^{cm^3} de solution de $(NH^4)^2HPO^4$ à $1^{mg},53$ de sel par litre, soit $0^{mg},0588$ d'azote et $0^{mg},149$ de P^2O^5 dans les 181^{cm^3}; chaque expérience a duré 40 minutes.

b. 80 plantes; la même concentration du même sel; durée 20 minutes.

a. Les plantes sont reliées au pôle +.

Intensité, en micro-ampères......	140	41	18,1	6,1
Azote absorbé, en milligrammes..	0,0103	»	0,0108	0,0103
P^2O^5 absorbé, en milligrammes...	0,0090	0,0050	0,0041	0,0042

Les plantes sont reliées au pôle —.

Intensité, en micro-ampères......	6,1	18,1	38,0	143
Azote absorbé, en milligrammes..	0,0138	0,0178	0,0192	0,0226
P^2O^5 absorbé, en milligrammes...	0,0040	0,0042	»	0,0042

b. Les plantes sont reliées au pôle —.

Intensité, en micro-ampères......	0	2,15	6,5	16,0
Azote absorbé, en milligrammes..	0,0028	0,0065	0,0098	0,0128

Plantes mortes :

a. 100 plantes dans 170^{cm^3} de solution à $2^{mg},52$ de NH^4NO^3 par litre, soit $0^{mg},075$ d'azote ammoniacal dans les 170^{cm^3}; durée 7 minutes.

b. Mêmes conditions d'expérience, dosage d'azote nitrique.

a. Les plantes sont réunies au pôle —.

Intensité, en micro-ampères......................	2,2	6,9	25,0	122,0
Azote ammoniacal absorbé, en milligrammes.......	0,0005	0,0024	0,0073	0,0100
Coef. de partage $\frac{\text{concentr. d'azote dans les racines}}{\text{concentr. d'azote dans l'eau}}$..	0,2	1,0	3,1	4,5

b. Les plantes sont réunies au pôle +.

Intensité, en micro-ampères...........	252,0	112,0	30,6	2,16
Azote nitrique absorbé, en milligrammes.	0,0110	0,0110	0,0102	0,0086
Coefficient de partage	5,03	5,03	4,6	3,7

Les plantes sont réunies au pôle —.

Intensité, en micro-ampères....................	210
Azote nitrique absorbé, en milligrammes........	0,0082
Coefficient de partage.........................	3,58

Selon son intensité et son sens, le courant modifie donc la vitesse d'absorption des anions et des cathions : pour les *cathions* cette vitesse reste constante quelle que soit l'intensité du courant quand les *plantes sont reliées au pôle* +, mais quand on relie *les plantes au pôle* — la vitesse d'absorption croît d'abord très vite avec l'intensité du courant jusqu'à un certain point; à partir de là cette vitesse devient faiblement croissante ou constante lorsque l'intensité continue à augmenter. Pour les anions c'est l'inverse qui se produit.

La vitesse d'absorption n'est pas due à l'électrolyse : en effet, l'augmentation d'absorption due à l'accroissement de l'intensité du courant croît beaucoup plus vite que les quantités d'ions que ces accroissements d'intensité pourraient libérer d'après la loi de Faraday.

On voit aussi que, pour le $(NH^4)^2HPO^4$, la base est absorbée beaucoup plus vite que l'acide (c'est d'ailleurs général).

Dans les plantes mortes le courant peut rendre le coefficient de partage d'une substance entre les racines et la solution plus grand ou plus petit que l'unité. En outre, il modifie l'adsorption et la vitesse d'adsorption des ions nutritifs selon la même règle que pour l'absorption, ce qui établit, par les plantes vivantes, encore une fois, la liaison étroite qui existe entre ces deux phénomènes.

Tous ces faits font supposer que quelques substances colloïdales de la racine peuvent prendre, sous l'influence du courant, des charges électriques de signes et de grandeurs différents, ces charges ne pouvant dépasser une valeur limite.

La variation des vitesses d'absorption des anions et des cathions dépend des variations de ces charges en valeur et en signe.

Ces charges (quand le courant ne passe pas) sont directement observables : en reliant les deux fils de platine aux bornes d'un électromètre capillaire, on constate l'existence d'une différence de potentiel. Cette différence est modifiée par l'addition de sels quelconques au liquide. (Formation d'une pile de diffusion.) Et cette variation change aussi la vitesse d'absorption des cathions et des anions et d'après les mêmes règles que le courant.

On voit ainsi que, si la vitesse d'absorption par les plantes des matières nutritives dépend de leur degré de concentration, comme M. Pouget et moi l'avons montré [1], un autre facteur (l'état électrique des racines des

---

[1] *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1709.

plantes) doit aussi largement intervenir dans l'absorption des ions nutritifs.

La facilité avec laquelle on peut influer sur le dernier facteur permettra, en pratique, d'augmenter notablement la production végétale.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Un réactif de l'activation et de la fécondation sur les œufs de Batraciens dépouillés de leur gangue par le cyanure.* Note de M. E. **Bataillon**, présentée par M. Y. Delage.

Les œufs vierges, débarrassés de leur enveloppe de mucine par le cyanure, se prêtent mieux à l'inoculation des cellules libres. Avec le matériel recueilli tel quel dans l'utérus, le sang et les pulpes diverses empruntés aux Invertébrés étaient restés inefficaces dans mes expériences antérieures.

Cette année, les *œufs nus* de *Rana fusca* m'ont fourni des larves quand je les souillais, avant la piqûre, soit du contenu des vésicules séminales du *Lombric*, soit d'une pulpe de glande hermaphrodite d'*Helix*. Il est donc intéressant de noter que *le deuxième facteur, non spécifique, dont j'ai parlé, peut être emprunté aussi bien à certains vers et mollusques qu'aux Vertébrés*. Mais jusqu'ici je n'ai pas eu le même succès avec divers Chitinophores (Écrevisse, Dytique, Ascaris).

Au cours d'essais infructueux sur le *sang d'Écrevisse*, il m'arriva de voir les *œufs vierges nus* se gonfler et se détruire *tous* en moins de 2 minutes. Je m'assurai que ce sang était souillé de *suc hépato-pancréatique*. Il va être établi que ce suc permet de reconnaître à coup sûr les matériaux fécondés ou activés.

Un stock de *Rana fusca* est fécondé avec du sperme très dilué. Au bout de 15 minutes, on le traite par le cyanure à 8 pour 1000. Après 2 heures et demie ou 3 heures, les gangues sont dissoutes. Les œufs sont lavés rapidement à l'eau : ils ne sont pas encore divisés. Exposons-les par lots d'une douzaine au suc hépato-pancréatique. Dans chaque lot, un certain nombre (3 ou 4 dans une expérience) se gonflent, s'aplatissent ; bientôt, leur membrane distendue éclate et finit par disparaître. Les autres restent turgides avec leur membrane intacte et *tous* se diviseront. On constate que les témoins conservés se développent dans la proportion des $\frac{2}{3}$. *Ce sont les œufs fécondés qui seuls résistent au suc, et l'on peut ainsi en faire le triage avant la segmentation.*

Mais cette résistance relève de l'*activation seule* et n'implique nullement l'appoint nucléaire du sperme ou d'une cellule étrangère.

La même expérience a été répétée maintes fois sur des œufs vierges traités simplement par les chocs induits. Dégagés ensuite par le cyanure, *ils résistent, tous, comme les fécondés*.

Ces matériaux réfractaires sont restés plus de 15 heures turgides et intacts dans le suc qui détruit les œufs vierges en 2 minutes.

J'employais d'abord l'extrait brut de deux hépato-pancréas dans 20^{cm^3} de NaCl à 7 pour 1000, ou dans 20^{cm^3} d'eau distillée. Mais j'usai ensuite avec le même succès du *précipité alcoolique repris par l'eau*. L'extrait de 2 glandes dans 20^{cm^3} d'eau distillée était additionné de 10 volumes d'alcool absolu. Le précipité desséché était redissous dans 20^{cm^3} de NaCl à 7 pour 1000. Le liquide en question, même dilué à $\frac{1}{10}$, détruisait les œufs vierges comme le produit brut. Je le soumis à l'épreuve de la chaleur : s'il supporte impunément 57° pendant 15 minutes, 10 minutes à 65° le rendent absolument inactif.

Je n'ai nullement en vue l'analyse de ce système diastasique complexe. C'est un réactif appliqué à un cas tout spécial et il est fort probable qu'on trouverait ailleurs son analogue.

L'action destructive qu'il exerce rappelant dans une certaine mesure le gonflement catalytique décrit par Loeb chez les œufs d'Échinodermes, j'essayai de produire l'activation par le contact très rapide de solutions très étendues : jusqu'ici mes tentatives sont restées sans succès.

Mais l'épreuve de l'hépato-pancréas est un procédé d'analyse intéressant. J'ai signalé déjà, en 1906, un autre réactif de l'activation applicable aux petis œufs de *Pelodyte* ou de *Calamite*. Les fixateurs faibles (comme la liqueur de King) respectent la forme des œufs vierges, mais gonflent et déforment extraordinairement les œufs fécondés ou activés. Par ce procédé, j'ai pu montrer depuis que le changement d'état n'est pas instantané et qu'il n'implique pas l'afflux de l'eau extérieure comme la cytolyse selon Loeb.

Le suc hépato-pancréatique devait me permettre de préciser le moment de la réaction sur les *œufs au cyanure* de *Rana* et de *Bufo*.

Ici, les *œufs nus étaient activés par les chocs induits ou la piqûre, à la sortie du cyanure*.

Je donne le schéma d'une expérience.

Action du suc hépato-pancréatique sur les œufs activés de Rana fusca.

Temps écoulé après électrisation ou piqûre (en minutes).	Pourcentage des œufs électrisés qui résistent.	Pourcentage des œufs piqués qui résistent.
5	0	0
10	0	0
20	50	0 (¹)
40	90	0
75	100	0
90	100	100

On voit que *la résistance n'est pas acquise instantanément ;* que le traumatisme laisse d'abord les œufs plus vulnérables (ici la résistance se dessine plus tardivement et plus brusquement).

En général, j'ai donc préféré l'usage des chocs induits. Il y a là des variantes suivant l'état des œufs. Voici le délai minimum relevé pour trois types :

Avec des stocks de *Rana fusca* lavés très rapidement à la sortie du cyanure et immédiatement activés, tous les œufs résistaient au bout de 30 *minutes*.

Dans les mêmes conditions, *ce délai minimum était de* 20 *minutes pour les œufs de Bufo vulgaires;* il tombait à 10 *minutes pour ceux de B. calamita*.

La réaction, qui modifie le plasma et aboutit au soulèvement de la membrane sous l'afflux de l'eau, *exige un délai qui paraît fonction de la taille des éléments* (²).

En tout cas, l'*œuf activé se comporte vis-à-vis de notre réactif comme l'œuf fécondé*. Et, sans attribuer un sens excessif à sa résistance, il serait difficile d'en tirer argument en faveur d'un accroissement de perméabilité. Je considère que la réaction consécutive à l'activation restaure la structure plasmatique alvéolaire qui fixera en particulier chez nos œufs les localisations germinales (Brachet et Herlant). Au moins chez ces Batraciens, la flaccidité de l'œuf vierge perméable paraît s'opposer à la turgescence de

(¹) Les hernies débutent au point piqué.

(²) Il y aurait ici bien des faits à développer. J'indiquerai ailleurs les différences essentielles qui s'observent suivant que les *œufs nus* actionnés par l'électricité sont reportés dans l'eau, dans une solution saline ou dans une solution sucrée. Le réactif est appliqué ici dans des conditions définies : les *œufs au cyanure* sont mis à l'eau immédiatement après l'activation.

l'œuf activé devenu semi-perméable : ici la déformation sous les fixateurs faibles devient compréhensible.

En résumé, le suc hépato-pancréatique est un véritable réactif de l'activation pour les œufs nus sortis du cyanure. Il a été appliqué avec succès à quatre types d'Anoures. Les œufs vierges sont rapidement détruits; les œufs fécondés résistent à ce point de vue, les œufs seulement activés se comportent comme les fécondés. Mais la résistance n'est pas immédiatement acquise. Il y a là une période critique qui exige d'autres procédés d'analyse.

PHYSIOLOGIE. — *Les effets comparés sur la pression du sang de la fatigue physique produite par une marche prolongée et de la fatigue psychique résultant d'un travail d'attention.* Note de M. **J.-M. Lahy**, présentée par M. Dastre.

Nous avons indiqué dans une Communication antérieure [1] que l'augmentation de la pression du sang constituait, avec le ralentissement du temps de réaction, un signe objectif de la fatigue dans les professions qui n'exigent pas d'efforts musculaires. Une question s'imposait : ces caractères étaient-ils propres à l'espèce de fatigue particulière que nous étudiions, ou à la durée du travail. N'apparaîtraient-ils pas chaque fois qu'un travail de longue durée est imposé à l'organisme ?

La pression du sang a été l'objet de notre recherche. Nous avons tenu à comparer à cet égard le travail accompli par un marcheur — un soldat d'infanterie par exemple — et le travail accompli par un ouvrier sédentaire dont l'attention est spécialement requise dans l'accomplissement de sa tâche : le dactylographe. Il s'agissait de mesurer la pression du sang de soldats exécutant des marches militaires assez longues, et de dactylographes appliqués à leur travail pendant des séances ininterrompues. Dans les diverses séries de recherches, nous avons employé tantôt le tonomètre de Gärtner, tantôt l'oscillomètre de Pachon.

L'observation de 6 soldats qui, le 6 juillet 1913, ont fait une marche de 48^{km} avec leurs armes au complet et leurs musettes pesant 2^{kg}, affirmait que le travail accompli n'a pas entraîné chez nos sujets une augmentation de la pression du sang. Les différences avant et après la marche sont pour

(1) *Comptes rendus*, séance du 9 mars 1914, t. 158, p. 727.

chacun : — 1, — 0,2, — 2,7, 0,0, + 0,6. Un sujet-témoin, resté au quartier, et qui a vaqué toute la journée à des occupations tranquilles, a donné 11,8 et 11,6, soit aussi une légère diminution. Nous avons profité du séjour de ces soldats au camp de Mailly pour prendre la pression du sang de trois d'entre eux, avant et après des marches quotidiennes effectuées dans des conditions variées, mais représentant toujours un effort physique. Voici un extrait des résultats :

Jours.

	1.			2.			3. Matin.			3. Soir.			4.		
Sujets.	Avant.	Après.	Variat.	Avant.	Après.	Variat.	Avant.	Après.	Variat.	Avant.	Après.	Variat.	Avant.	Après.	Variat.
1	11	10	—1	12	10	—2	11	10	—1	10	10	0	11,5	11	—0,5
2	11,5	9	—2,5	11	11	0	10,5	10	—0,5	10	11	+1	10,5	10	—0,5
3	12,5	12,5	0	12	12	0	13	12	—1	12	10,5	—1,5	12,5	11,5	—1
	35,0	31,5		35	33		34,5	32		32	31,5		34,5	32,5	
Moy.	11,6	10,5	—1,1	11,6	11	—0,6	11,5	10,66	—0,84	10,66	10,5	—0,76	11,5	10,83	—0,67

L'examen des deux séries d'expériences prouve que, dans la majorité des cas, la pression du sang diminue légèrement, dans un grand nombre de cas elle reste égale, et que, dans quelques cas très rares, elle s'élève faiblement. Sur les 36 cas observés, il y a 22 diminutions, 10 égalités, 4 augmentations légères.

Bien que nous ayons exclu de nos recherches les efforts intenses et courts, on peut rappeler que Potain est arrivé à des résultats analogues avec des sujets qui effectuaient une marche au pas de gymnastique pendant 15 minutes.

Ainsi, les conditions du travail du soldat en marche, quoique réglées de façon empirique, sont telles, qu'on n'observe pas d'augmentation notable de la pression du sang. Les résultats sont contraires si l'on observe des dactylographes qui, accomplissant des efforts musculaires minimes, doivent mettre en jeu une attention soutenue, faire des efforts constants de mémoire, réaliser des gestes menus mais très adaptés, enfin exercer leur faculté de jugement.

Nos sujets étaient deux excellents dactylographes ayant plus de 10 ans de pratique et travaillant 7 heures par jour en deux séances : de 10^h à 12^h, de 14^h à 19^h. Nous les avons observés du samedi matin 31 janvier au lundi soir 8 février. Un sujet-témoin accomplissant un travail intellectuel varié

fut laissé libre d'agir et de se déplacer à sa guise. Nous ne donnerons, faute de place, que les résultats de 4 jours :

	Samedi 31 janvier.						Lundi 2 février.					
	Matin.			Soir.			Matin.			Soir.		
Sujets.	Avant.	Après.	Variat.	Avant.	Après.	Variat.	Avant.	Après.	Variat.	Avant.	Après.	Variat.
V........	12,5	13,5	+1	12,75	12,75	0	12,5	13	+0,5	13	13,25	+0,25
D........	11,75	12,25	+0,5	12	13	+1	11,5	12,25	+0,75	12,25	12	—0,25
Total.....	24,25	25,75		24,75	25,75		23,0	25,25		25,25	25,25	
Moyenne. .	12,12	12,87	+0,75	12,37	12,87	+0,50	11,5	12,62	+1,12	12,62	12,62	0
Témoin...	11,75	11,75	0	11,25	11,5	+0,25	10	11,75	+1,75	11,25	10,2	—1

	Samedi 7 février.						Lundi 9 février.					
	Matin.			Soir.			Matin.			Soir.		
Sujets.	Avant.	Après.	Variat.	Avant.	Après.	Variat.	Avant.	Après.	Variat.	Avant.	Après.	Variat.
V........	11	13,25	+2,25	12,5	13,5	+1	11,25	12,75	+1,5	12	13	+1
D........	10,75	12	+1,25	12	14	+2	10,75	10,5	—0,25	11	12	+1
Total.....	21,75	25,25		24,5	27,5		22	23,25		23	25	
Moyenne. .	10,87	12,62	+1,75	12,25	13,75	+1,50	11	11,62	+0,62	11,5	12,5	+1
Témoin...	11,5	12	+0,5	12,25	12,25	0	10,75	11	+0,25	11	11,75	+0,75

Dans la série complète des expériences, on voit que sur les 16 cas observés où l'attention des sujets était fortement sollicitée, il y a 14 cas d'augmentation de la pression et 2 cas de non-variation. Ces deux cas correspondent d'ailleurs à une décroissance du rendement.

Chez le sujet-témoin qui accomplissait un travail uniquement intellectuel, mais varié, on constate 10 augmentations, 3 égalités, 3 diminutions.

En effectuant la moyenne de la variation de la pression sanguine des sujets, groupés par catégories, on obtient :

Soldats faisant des marches quotidiennes................ —0,53
Un expérimentateur faisant ses recherches de laboratoire sans effort ni contrainte............................ +0,30
Dactylographes, travaillant 7 heures de façon intense..... +0,83

On voit que les travaux où l'*attention continuellement en éveil* est dirigée vers un même objet sont ceux qui agissent le plus pour amener une augmentation de la pression du sang.

Ainsi qu'il était à prévoir, nous avons observé que, parallèlement à

l'augmentation de la pression sanguine, le temps de réaction augmentait de durée.

Une telle régularité dans l'augmentation de la pression du sang ne peut être indifférente au point de vue de la santé. Elle doit entrer en ligne de compte dans la fixation de la durée du travail.

PHYSIOLOGIE. — *Recherches sur l'excitabilité des fibres pigmento-motrices.* Note de Mlle G. **Kœnigs**, présentée par M. Dastre.

J'ai entrepris d'étudier sur la grenouille l'excitabilité des fibres pigmento-motrices et de mesurer cette excitabilité suivant les procédés indiqués par L. Lapicque [1].

On sait que les mouvements des chromatophores sont sous la dépendance du système nerveux; que diverses actions sur les centres, tels que lumière, chaleur, etc., modifient la coloration par voie réflexe; on a même constaté l'effet de l'excitation des nerfs centrifuges sur cette coloration, mais on ne possède aucune mesure précise de l'excitabilité des fibres nerveuses pigmento-motrices.

Cette mesure présente un certain nombre de difficultés. En premier lieu, les mélanophores sont sous la dépendance de la circulation, l'arrêt du courant sanguin entraîne leur contraction, il est donc opportun d'éviter toute hémorragie. De même une action mécanique exercée sur la peau, la destruction des centres, déterminent la contraction. Pour éviter ces inconvénients, on opère sur des grenouilles intactes, à cela près qu'on sectionne le sciatique au niveau de la cuisse en évitant toute hémorragie. L'animal est maintenu sur une planchette en liège au moyen de larges tresses; parfois aussi un capuchon de toile l'enveloppe jusqu'au train postérieur. Les doigts entre lesquels s'étend la membrane interdigitale, qui fait l'objet de l'examen au microscope, sont munis de boucles de fil dans lesquelles on introduit les épingles destinées à maintenir la membrane en place au-dessus du trou rectangulaire percé dans la plaque de liège. Le tout est placé sur la platine du microscope.

Les chromatophores ne réagissent pas pour une excitation unique; les nerfs qui les commandent rentrent donc dans la catégorie des nerfs appelés par L. Lapicque *nerfs itératifs* [2]. L'appareil d'excitation doit donc comprendre un instrument destiné à produire des excitations rythmiques; dans le cas présent, on a employé un métronome.

---

(1) L. Lapicque, *C. R. Soc. Biol.*, 24 juillet 1909; *Comptes rendus*, 20 mars 1905 et 1er juillet 1913.

(2) L. Lapicque, *Comptes rendus*, t. 155, 1er juillet 1912, p. 70.

L'excitation porte sur le bout périphérique du sciatique sectionné, au moyen de l'excitateur double impolarisable et de décharges de condensateurs, suivant la méthode de L. Lapicque.

Un premier fait est l'énorme pouvoir de sommation du système pigmentaire. Par exemple, une série d'excitations durant 4 minutes au rythme de 1 excitation par seconde étant inefficace, on obtient une contraction avec une nouvelle série durant cette fois 5 minutes, au même rythme.

Uue autre caractéristique des mélanophores observée déjà par plusieurs auteurs est la lenteur du retour de l'état de contraction à l'état normal d'expansion : il faut remettre la grenouille en liberté et attendre 3 ou 4 heures avant de revenir à l'état initial.

Quand on veut opérer au seuil il faut cesser l'excitation avant d'avoir obtenu aucun effet, celui-ci se produit un certain temps après que l'excitation a cessé. La lecture du seuil est faite en observant à la chambre claire un groupe de mélanophores projetés sur un dessin préalablement effectué à l'état initial. On choisit sur la membrane interdigitale une plage bien repérée qu'on peut retrouver d'une expérience à l'autre. La comparaison se prolonge 5 minutes après l'excitation.

En raison du temps considérable nécessaire pour ces essais j'ai dû renoncer à étudier dans son ensemble la loi reliant l'intensité liminaire à la durée de l'excitation, j'ai supposé que cette loi était de la forme connue pour les autres nerfs et, dans cette hypothèse, j'ai essayé de mesurer la chronaxie des fibres pigmento-motrices. Encore ne suis-je arrivé qu'à obtenir l'ordre de grandeur de cette chronaxie : elle est de l'ordre du $\frac{1}{1000}$ de seconde.

Cette chronaxie est faible, relativement à la vitesse de contraction : les mélanophores ne se contractent que très lentement, fait qui cadre bien avec leur grand pouvoir de sommation signalé plus haut. Cet hétérochronisme, qui se retrouve comme dans le cas des vaso-moteurs, joint au grand pouvoir de sommation, fait rentrer les fibres pigmento-motrices dans la loi générale des « nerfs itératifs ».

J'ai fait également des recherches sur l'excitabilité des fibres chromatomotrices chez le poulpe, mais il s'agit ici d'un mécanisme tout différent : les chromatophores réagissent à une seule excitation, et le retour à l'état d'expansion s'effectue aussi rapidement que la contraction.

La chronaxie est du même ordre que la précédente. Il est probable qu'il y a ici isochronisme entre la fibre nerveuse et l'organe contractile.

PHYSIOLOGIE. — *Sur les modifications des urines dans l'anaphylaxie.* Note de MM. **J.-E. Abelous** et **C. Soula**, présentée par M. Charles Richet.

L'injection d'urohypotensine ne détermine pas seulement des altérations dans le chimisme cérébral, comme nous l'avons montré dans une précédente Communication. Parallèlement à ces modifications, l'analyse des urines nous a permis de constater des changements intéressants dans leur composition et dans la valeur de certains coefficients urinaires.

Les urines des lapins recueillies avec la plus minutieuse propreté et mises à l'abri des altérations bactériennes étaient analysées tous les cinq jours. Les résultats sont rapportés au kilogramme de poids vif et à 24 heures.

Ces résultats sont exprimés en milligrammes.

Jours	V.	X.	XV.	XX.	XXV.	XXX.	XXXV.	XL.	XLV.	L.	LV.
Poids moyen	2013g	2106g	2210g	2203g	2322g	2487g	2572g	2710g	2740g	2740g	2745g
Quantité d'urine par kilog. et par 24 heures	65cm³	62cm³	85cm³	133cm³	117cm³	112cm³	97cm³	61cm³	67cm³	62cm³	52cm³
Azote total	455mg	545mg	622mg	782mg	680mg	563mg	557mg	575mg	595mg	547mg	473mg
Azote uréique	389	463	476	572	507	425	447	477	490	468	404
Azote purique	38	42	59	91	70	67	66	49	47	43	34
Azote ammoniacal	10	21	47	76	61	52	20	17	20	14	5
Azote aminé	7	13	18	20	11	11	7	7	7	5	4
Acide phosphorique total	88	68	57	50	51	52	49	90	86	104	217
Chaux	127	123	165	255	234	318	232	205	162	208	161
Magnésie	119	101	123	173	141	133	109	94	110	82	81
Rapport azoturique (pour 100)	85	85	76	73	74	75	80	82	82	85	85
Coefficient d'imperfection uréogénique (coefficient de Maillard) (pour 100)	4,1	6,9	12	14,3	12,4	12,9	5,7	4,7	5,2	5,9	2,1

On voit d'après ce Tableau :

1° Que le poids des animaux n'a pas baissé à la suite de l'injection d'urohypotensine, mais au contraire a crû régulièrement, même pendant la période où la sensibilité anaphylactique est au maximum (20e jour).

2° Que l'excrétion urinaire a également augmenté jusqu'au 20e jour et a décrû à partir de cette date pour redevenir normale vers le 50e jour.

3° Que l'azote total et l'azote uréique ont augmenté parallèlement pour atteindre leur maximum au 20e jour. D'autre part, le rapport azoturique atteint son minimum à ce même 20e jour.

4° Le coefficient d'imperfection uréogénique, c'est-à-dire le rapport de la somme (azote aminé + azote ammoniacal) à l'azote total va croissant jusqu'au 20e jour, et à partir de ce moment diminue rapidement, ce qui indique une uréogenèse plus parfaite.

5° Enfin, l'azote purique atteint aussi son maximum au 20e jour, et son excrétion ne redevient normale qu'au 55e jour. Ces trois résultats rapprochés les uns des autres nous montrent que le coefficient d'utilisation azotée devient de moins en moins bon jusqu'au 20e jour, pour s'améliorer ensuite graduellement et redevenir tout à fait normal au 55e jour.

6° Les dosages d'acide phosphorique nous ont donné un résultat curieux. Le minimum est au 20e jour et le maximum au 55e, c'est-à-dire au moment où la période anaphylactique a pris fin. Il semble qu'il se fasse une rétention de phosphore suivie d'une véritable débâcle à la fin. Nous croyons que cette rétention de phosphore est en rapport avec une régénération des cellules nerveuses qui se produit dans le décours de l'anaphylaxie, mais nous ne donnons cette opinion que sous réserve.

7° L'élimination urinaire de la chaux et de la magnésie n'autorise aucune induction précise. Cependant, en ce qui concerne la magnésie, si l'on se rappelle que les centres nerveux sont riches en magnésie, on pourrait penser que le chiffre maximum d'excrétion qui se produit au 20e jour indique une altération des cellules nerveuses aboutissant à la mort d'un certain nombre de ces éléments.

Cette hypothèse pourrait nous expliquer l'accroissement de l'azote purique pendant les trois premiers septenaires. Mais il faut ajouter que ce dernier accroissement pourrait être la conséquence également de la leucocytose qui suit l'injection d'antigène; car on sait que toute lymphocytose s'accompagne d'une augmentation de la quantité des bases puriques dans l'urine.

Quoi qu'il en soit, ces résultats, rapprochés de ceux que nous a fournis l'analyse chimique des centres nerveux, nous montrent combien une unique injection d'urohypotensine, tout en laissant aux animaux les apparences d'une santé parfaite, détermine pourtant dans le métabolisme cérébral et dans le métabolisme général des modifications profondes et durables, qu'il n'est pas illogique de considérer comme en relation de cause à effet les unes avec les autres, les altérations de la nutrition générale étant la conséquence d'un métabolisme cérébral troublé.

ANATOMIE COMPARÉE. — *La circumduction ne peut pas exister dans l'articulation temporo-maxillo-dentaire.* Note de M. **Pierre Robin**, présentée par M. Edmond Perrier.

Les appareils masticateurs des animaux, qu'ils soient constitués par des mâchoires *dentées* ou *cornées*, se sont tous adaptés à leur alimentation, d'après le principe de Lamarck.

Les lois physico-chimiques générales ont présidé à cette adaptation pour régir l'organisation de ces appareils, c'est-à-dire la morphologie de chaque mâchoire ; aussi, à cause du principe de : *l'action égale à la réaction* dans tout système en équilibre, pouvons-nous dire qu'au cours du développement phylogénique des mâchoires (lequel se fait pendant la période d'activité) les efforts masticatoires, supportés par chaque surface antagoniste, sont égaux et de sens contraire, la direction de ces efforts masticatoires restant toujours perpendiculaire aux surfaces antagonistes à cause de la loi du moindre effort.

Il est évident, dans ces conditions, que pendant la période dynamique *la résultante* des efforts masticatoires supportés par chaque élément représente son *axe physiologique*, lequel devient l'*axe géométrique* de cet élément à l'état statique.

Ces axes sont toujours symétriques, comme les éléments auxquels ils appartiennent, par rapport au plan médian.

Les *axes physiologiques* et les *axes géométriques* doivent toujours être confondus; tout écart à cette règle constituera une anomalie de forme ou de position, laquelle peut-être congénitale ou acquise.

Comme c'est la fonction masticatrice qui détermine d'une façon *impérative* la morphologie des mâchoires, sans omettre l'influence de la phonation, de l'affection du développement cérébral etc., sur cette morphologie, ce sera sur la physiologie pendant la période masticatrice que je ferai porter mes considérations.

Appareil masticateur. — Au point de vue mécanique, les mâchoires d'un animal quelconque peuvent toujours être étudiées sous la forme de deux leviers symétriques soudés par leurs extrémités actives, dentées ou cornées, au niveau desquelles se fait l'application de la *résistance.* L'autre extrémité de ces leviers en constitue le point *d'appui* sous la forme des articulations temporo-maxillaires, tandis que la *puissance* est représentée par les muscles qui prennent leur application, d'une manière intermédiaire, au niveau des insertions musculaires.

Grâce au *sens dentaire* et au *sens musculaire* ces leviers aux mâchoires, pendant la mastication, restent constamment en équilibre : aussi pouvons-nous affirmer que les *directions* des efforts masticateurs, appliqués aux surfaces articulaires antagonistes, dentaires et temporo-maxillaires, aussi bien que celle de l'effort musculaire, *sont toutes les trois toujours parallèles*. Si ces conditions n'étaient pas réalisées l'adaptation (sous peine de mort) se ferait pour qu'elles le devinssent. *A cause de ce parallélisme constant et de cette symétrie, les trajectoires que les efforts masticateurs font parcourir aux mandibules ne peuvent être que rectilignes.*

D'autre part, l'ensemble des surfaces articulaires dentaires et temporo-maxillaires forme, à cause de leur engrènement, des surfaces gauches engrenées, *superposables et symétriques* par rapport au plan médian. Ces surfaces gauches engrenées doivent toujours glisser l'une contre l'autre, c'est-à-dire se déplacer parallèlement pendant la période masticatoire, quand les dents glissent les unes contre les autres à la période de clusion, aussi bien qu'à la période d'éclusion quand les aliments séparent les mâchoires, puisque la condition des efforts masticateurs, de direction égale et contraire, doit rester satisfaite, et que les surfaces antagonistes constitutives de ces surfaces gauches sont perpendiculaires à ces directions. Pour que ces deux conditions soient satisfaites, la seconde d'ailleurs étant phylogéniquement la conséquence de la première, les trajectoires ne peuvent être que *perpendiculaires ou parallèles* au plan médian, par conséquent : *impossibilité des mouvements de circumduction pour les mandibules engrenées.*

Conclusions. — L'articulation temporo-maxillo-dentaire étant le résultat d'une adaptation simultanée des surfaces articulaires, osseuses et dentaires, à une même fonction; il ne peut y avoir d'autonomie pour chacune d'elles. Conséquemment :

L'étude séparée de la physiologie de l'articulation temporo-maxillaire, d'une part, et de celle des dents, d'autre part, a-t-elle conduit les savants à des interprétations erronées, qui leur ont fait admettre la possibilité de la circumduction, laquelle n'a jamais existé dans aucune mâchoire engrenée.

Aussi tous les travaux qui ont pris pour base la circumduction ou pivotement de la mandibule, autour d'un condyle ou d'un centre imaginaire de rotation, doivent être repris.

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — *Recherches cytologiques dans le tétanos humain.* Note de M. Y. MANOUÉLIAN, présentée par M. E. Roux.

En utilisant la méthode de fixation au sublimé à l'alcool acétique de Gilson et la méthode de Mann au bleu de méthyl-éosine pour l'étude histo-neurologique du tétanos humain, nous avons découvert dans le cyto-

plasme et dans les expansions cytoplasmiques des cellules nerveuses de la moelle épinière, surtout dans les neurones de la corne antérieure, des corpuscules particuliers colorés en violet rouge ou rouge franc, de dimension inégale et de forme variable. Disposés d'une façon plus ou moins régulière, ces corpuscules paraissent en voie d'évolution : on peut, en effet, saisir les différentes phases de leur transformation; ils se colorent faiblement en rouge, à un autre stade, ils prennent le bleu, puis ils deviennent de plus en plus pâles. Ce qu'il y a de remarquable, c'est que ces éléments manquent absolument dans les cellules nerveuses de la corticalité cérébrale, la corne d'Ammon, etc.; ils n'existent que dans les centres ponto-bulbo-médullaires, et surtout dans les cellules nerveuses motrices, qui sont, comme on sait, en hyperactivité sous l'influence de la toxine tétanique.

D'où viennent ces corpuscules? Normalement, la méthode de Mann ne décèle rien de particulier dans le cytoplasme de ces cellules; même les granulations de Nissl se colorent fort mal ou pas du tout avec cette méthode. Comme il existe entre nos corpuscules et les granulations de Nissl une analogie assez frappante, nous inclinons à penser que dans le tétanos humain, où les cellules motrices subissent des modifications profondes, les corpuscules de Nissl présentent des réactions histo-chimiques anormales; ils se laissent colorer par la méthode de Mann. Seulement, alors que les corps chromatophiles de Nissl sont basophiles à l'état normal, nos corpuscules sont amphophiles ou acidophiles.

Colorons maintenant des coupes traitées par la méthode de Mann avec la méthode de Nissl. Nous verrons apparaître dans l'intérieur des cellules nerveuses un grand nombre de corps basophiles de Nissl qui n'étaient nullement colorés par la méthode de Mann; nous devons conclure de ce fait qu'il n'y a qu'une partie, plus ou moins considérable, des granulations de Nissl qui subissent les transformations que nous venons d'indiquer.

La méthode de Nissl, qui permet de constater l'existence des lésions chromatolytiques des cellules nerveuses, ne montre pas ces lésions aussi étendues qu'on pourrait l'attendre. Il existe, en effet, un grand nombre de neurones où les corps chromatophiles sont très abondants.

Enfin, les méthodes de Nissl et de Mann montrent des modifications importantes du noyau des cellules nerveuses, par suite de la diffusion d'une certaine partie de la chromatine du nucléole, le suc nucléaire se trouve plus ou moins fortement coloré. Le nucléole, qui normalement se colore en bleu foncé avec ces deux méthodes, présente quelques sphérules rouges par la méthode de Mann.

Que devient l'appareil neurofibrillaire des cellules motrices dans le tétanos humain? Grâce à une technique appropriée, nous avons pu étudier avec soin cet appareil, et il ressort, de nos recherches, que les cellules motrices contiennent un réseau neurofibrillaire d'une grande richesse et d'une merveilleuse délicatesse, ce qui implique sa parfaite intégrité.

Les faits que nous venons d'exposer nous autorisent à conclure :

1° Qu'il est possible de se rendre compte par la méthode histologique que le passage de la toxine tétanique fait subir des modifications aux neurones moteurs périphériques consistant dans l'apparition, dans le cytoplasme et les expansions cytoplasmiques, de corpuscules qui subissent une série de transformations;

2° Il nous paraît digne de remarque que, pendant que le cytoplasme et les expansions cytoplasmiques du neurone moteur périphérique subissent des changements importants, le réseau neurofibrillaire qui existe dans les mêmes portions de ce neurone garde son aspect normal.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Rôle de la dissociation des savons dans le mécanisme de l'inactivation des sérums par addition de sels, d'acides dilués, d'acide carbonique ou de globuline.* Note de **M. J. Tissot**, présentée par M. d'Arsonval.

Dans deux Notes précédentes j'ai indiqué le rôle de la dissociation des savons dans le mécanisme de l'inactivation des sérums par la chaleur et par dialyse.

Les lois de la dissociation des savons interviennent également dans l'explication du mécanisme de l'inactivation des sérums par les autres procédés, ainsi que le montrent les faits suivants :

Inactivation des sérums par addition de sels. — A. Les sels précipitants, comme le sulfate de soude par exemple, inactivent les sérums parce qu'ils modifient l'état des deux complexes dont la réunion forme le complément.

L'addition de sels en proportion croissante détermine, en premier lieu, la précipitation progressive des globulines liées aux savons les plus acides. Ce précipité de globulines se redissout, *malgré la présence du sel précipitant*, si l'on ajoute au sérum une faible quantité d'acali qui ramène le savon acide insoluble à l'état de savon neutre soluble.

Dès que l'addition du sel précipitant commence à déterminer la précipi-

tation des globulines (partie médiane du complément), il se produit une modification *corrélative* de la partie terminale du complément caractérisée par une augmentation progressive de la proportion de cholestérine directement extractible par l'éther.

Cette modification de la partie terminale du complément, liée à la précipitation des globulines, se manifeste également dans l'inactivation par dialyse ou par l'acide carbonique.

B. L'addition de proportions croissantes de chlorure de sodium, à une solution d'oléate de soude dissociée, détermine progressivement la précipitation du sel acide. Si, au lieu d'agir sur une solution d'oléate de soude, le chlorure de sodium agit sur une solution de sérum-globuline obtenue par dialyse ou par précipitation du sérum par l'acide carbonique, l'effet est tout différent : la solution s'éclaircit progressivement au lieu de précipiter.

L'action que le chlorure de sodium exerce sur l'état colloïdal d'une solution d'oléate de soude dissociée est donc toute différente de celle qu'il exerce sur l'état colloïdal d'un complexe de savon acide lié à un corps albuminoïde.

2° L'addition de proportions croissantes de chlorure de sodium (ou de chlorure de calcium, ou d'autres sels) au sérum y détermine un accroissement considérable, progressif et proportionnel, de l'acidité décelable à la phénophtaléine.

3° L'addition de proportions croissantes de chlorure de sodium au sérum y détermine une diminution croissante de la proportion de cholestérine extractible directement par l'éther, jusqu'à sa disparition presque complète.

4° Les sérums des diverses espèces animales s'inactivent par un contact suffisamment prolongé avec le chlorure de sodium ajouté à saturation. L'ordre de rapidité avec lequel les différents sérums s'inactivent dans ces conditions est le même que l'ordre de leur rapidité d'inactivation par la chaleur ou par dialyse.

Inactivation par l'acide carbonique et par les acides dilués. — On dissocie totalement une solution d'oléate de soude en y faisant passer suffisamment un courant d'acide carbonique. La solution devient d'abord laiteuse par formation d'un savon acide, puis la dissociation se poursuit jusqu'à la libération totale de l'acide oléique.

Dans le sérum suffisamment dilué avec de l'eau distillée, l'acide carbo-

nique, s'emparant de l'alcali du savon, détermine également la formation d'un savon acide insoluble entraînant la globuline.

La précipitation de la globuline entraîne un accroissement de la proportion de cholestérine directement extractible par l'éther ; cet accroissement indique une modification colloïdale, identique à celle déjà décrite plus haut, du complexe qui constitue la partie terminale du complément. Cette modification est rendue apparente en agitant suffisamment, avec de l'éther, la partie terminale du complément, non resalée, pour en extraire la cholestérine. En même temps qu'on extrait la cholestérine, on détermine la formation d'un précipité d'albuminoïde d'autant plus considérable que l'agitation est plus prolongée.

Le chauffage, qui détermine une diminution de la proportion de cholestérine extractible directement par l'éther, détermine également une diminution corrélative de la valeur du précipité que l'éther détermine dans la portion terminale du complément non resalé, ce qui indique une fixation plus intime des savons de chlorestérine sur l'albumine, sous l'influence de la chaleur.

Inactivation par addition de globuline. — 1° Quand on dialyse une solution d'oléate de soude contre eau de source, le départ de l'alcali détermine la formation d'un sel acide moins soluble qui donne un aspect laiteux à la solution dialysée. L'activité hémolytique de celle-ci diminue progressivement jusqu'à l'inactivation.

Les globulines étant des complexes de savons acides, inactivent, au moins en partie, les sérums auxquels on les ajoute, en rendant acide le complexe de savon constituant la partie médiane du complément.

Cette conclusion est appuyée, d'autre part, par l'action favorisante qu'exerce l'addition d'alcali sur le pouvoir hémolytique des complexes artificiels de globuline et de savon.

2° L'inactivation d'un sérum par addition de globuline n'est pas définitive. La précipitation, par un sel, de cet excès de globuline, rend au sérum son activité.

3° L'addition de globuline à un sérum produit un effet variable sur le complexe qui constitue la partie terminale du complément. La proportion de cholestérine extractible directement par l'éther diminue ou augmente selon que la proportion de globuline ajoutée au sérum est faible ou forte.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Des périodes de latence du Spirille chez le malade atteint de fièvre récurrente.* Note de MM. **Edm. Sergent** et **H. Foley**, présentée par M. E. Roux.

Diverses explications ont été apportées des périodes d'apyrexie accompagnée de guérison apparente dans la fièvre récurrente, ainsi que du mécanisme des rechutes.

Les uns ont voulu voir des formes de repos dans les Spirilles enroulés ou mis en boule (¹). Des auteurs anglais décrivent des formes de résistance ou d'évolution sous l'aspect de granulations provenant des Spirochètes (²); Novy et Knapp ont montré que le filtrat obtenu à travers des bougies Berkfeld est infectant (³). Metchnikoff pense que les Spirochètes disparaissent par phagocytose dans la rate et que les individus résistants qui survivent causent les rechutes (⁴). D'après Gabritschewsky (⁵), Schellack, ce sont des bactériolysines qui détruisent les Spirilles, l'affaiblissement de ces bactériolysines provoquerait la rechute.

Au cours d'une épidémie de fièvre récurrente nord-africaine (due à *Spirochæta berbera* Sergent et Foley, 1910), nous avons voulu nous rendre compte du sort du virus dans l'organisme apyrétique, en état de maladie latente, depuis la fin du premier accès jusqu'au début de la première rechute, qui manque rarement.

Nous avons employé comparativement les deux méthodes de la recherche morphologique et de la recherche expérimentale. On prélève du sang aux convalescents dans une veine du pli du coude. Avec chaque prélèvement on fait, d'une part, plusieurs préparations microscopiques et, d'autre part,

---

(¹) M. Mayer, *Arch. f. Sch. u. Tropenh.*, Append. I, 1908.

(²) A. Breinl, *Ann. of Trop. Med.*, t. I, nº 3, 1907, p. 433. — W.-B. Leishman, *Journ. R. Army med. Corps*, t. XII, fév. 1909, p. 123-135; *Trans. of the Soc. of Trop. Med. a. Hyg.*, t. III, fasc. 3, janv. 1910, p. 79-95. — A. Balfour, *Brit. med. Journ.*, 1ᵉʳ avril 1911. — H.-B. Fantham, *Ann. of Trop. Med. and Paras.*, t. V, nº 3, 1911, p. 479.

(³) G. Novy et R.-E. Knapp, VIIᵉ Réunion annuelle de la Société de Bactériologie américaine in *Bull. Inst. Past.*, t. IV, 1906, p. 242; *Journ. of. inf. dis.*, t. III, mai 1906, p. 291, confirmés par A. Breinl et A. Kinghorn (*Liverp. Sch. of Trop. Med.*, t. XXI, 1906, p. 1).

(⁴) *Arch. de Wirchow*, t. CIX, p. 188; *Fortsch. d. Med.*, 1888, p. 83; *Ann. Inst. Past.*, t. X, 1896, p. 654.

(⁵) *Ann. Inst. Past.*, t. X, 1896, p. 630.

on pratique une inoculation (de 10^{cm^3} à 20^{cm^3} de sang) dans le péritoine d'un singe, animal sensible.

Les prélèvements ont été faits presque tous les jours du deuxième au neuvième jour d'apyrexie ([1]).

Les résultats obtenus par l'observation morphologique et par la méthode expérimentale ont été dissemblables :

1° Les préparations de sang, fraîches ou colorées, examinées longuement par plusieurs observateurs, n'ont jamais montré de Spirilles, ni d'éléments figurés d'apparence anormale.

2° Les inoculations de ces mêmes échantillons de sang aux singes ont cependant infecté ceux-ci, sauf dans un cas où la rechute a été exceptionnellement tardive (13 jours). Bien entendu, le sang n'a pas été infectant quand il n'y a pas eu de rechute. Le Tableau suivant donne les détails :

Prélèvement pratiqué au ..° jour d'apyrexie.	Résultat de l'inoculation au singe.	Incubation chez le singe inoculé.	Rechute du malade après ... jours de maladie.
2°	+	9j	6 jours.
2°	0		Pas de rechute.
2°	+	6	8 jours.
4°	0		Pas de rechute.
5°	0		Pas de rechute.
5°	0		Pas de rechute.
5°	+	6	8 jours.
6°	+	5	? singe sacrifié.
7°	+	4	8 jours.
9°	0		13 jours.

On remarquera que la durée de l'incubation chez le singe inoculé est d'autant plus courte que le sang inoculé à ce singe a été prélevé au convalescent à un moment plus tardif de la période d'apyrexie.

Ce fait est favorable à l'idée d'une évolution périodique du virus dans l'organisme apyrétique du convalescent, évolution qui aurait une durée de 8 à 10 jours en moyenne, comme l'intervalle d'apyrexie. Cette évolution se continuerait simplement chez le singe inoculé.

En conclusion, le virus de la fièvre récurrente existe, dans le sang circulant, depuis le début jusqu'à la fin de la première période d'apyrexie, sans

---

([1]) D'après nos observations cliniques, dans la récurrente nord-africaine, la première période d'apyrexie a une durée moyenne de 8 à 9 jours. Les chiffres extrêmes sont 6 jours et 13 jours, exceptionnellement 16 jours.

que les spirilles y soient décelables pendant ce temps à l'examen microscopique. Le virus doit donc revêtir, au cours de l'apyrexie, une autre forme d'évolution très petite.

Nous avons constaté dès 1908 des faits analogues avec le même virus de la fièvre récurrente dans le corps des poux (1).

EMBRYOGÉNIE. — *Sur l'existence de phénomènes de parthénogenèse naturelle rudimentaire chez le Crapaud commun* (Bufo vulgaris *Laur.*). Note de M. **Lécaillon**, présentée par M. Henneguy.

Actuellement, l'importance scientifique qui s'attache à l'étude de l'œuf non fécondé des Batraciens peut être envisagée à un triple point de vue :

1° Y a-t-il, chez les Batraciens, des phénomènes de parthénogenèse naturelle rudimentaire analogues à ceux qui existent chez les Oiseaux ?

2° Si ces phénomènes existent, quelle ressemblance présentent-ils avec les faits de parthénogenèse traumatique décrits par M. Bataillon et d'autres biologistes ?

3° Peut-on tirer, de ces phénomènes, quelque précision relativement au rôle réel que remplit le spermatozoïde dans l'acte de la fécondation normale de l'œuf ?

A diverses reprises, quelques naturalistes ont émis l'idée que les œufs non fécondés de la Grenouille peuvent se segmenter naturellement. Mais cette opinion n'a pas été acceptée, car elle n'a pas été jusqu'ici sérieusement démontrée. A la suite de recherches dont je résume ci-après les résultats actuellement acquis, je la crois absolument exacte, à la condition toutefois de donner au mot *segmentation* son sens le plus général, car entre la segmentation normale et la segmentation parthénogénésique du Crapaud il y a, ainsi qu'on va pouvoir en juger, des différences considérables.

a. Si l'on capture des couples de Crapauds communs au moment où la femelle vient de commencer à pondre, si l'on sépare les mâles des femelles et si on lave avec soin ces dernières d'abord à un courant d'eau pure, puis à l'eau distillée et enfin avec une solution de sublimé à 1 pour 1000, lesdites femelles, placées dans un réservoir d'eau pure, ne tardent pas à continuer leur ponte (au bout de quelques heures, en général). L'expérience démontre qu'aucun des nouveaux œufs pondus ne se transforme en embryon, c'est-à-dire n'a été fécondé, ce qu'il était facile de prévoir d'ailleurs.

On obtient exactement le même résultat avec des Crapauds capturés avant

(1) *Ann. Inst. Past.*, t. XXIV, mai 1910, p. 337.

l'époque de la ponte et conservés accouplés, en aquarium, pendant un temps suffisant. Ici encore l'expérience démontre que les œufs pondus par la femelle après qu'elle a été désaccouplée et lavée soigneusement ne donnent naissance à aucune larve, tandis que les œufs pondus avant le désaccouplement sont féconds.

b. Les œufs non fécondés, obtenus comme il vient d'être indiqué, subissent cependant une segmentation tout à fait rudimentaire et extrêmement anormale par rapport à celle qui se produit dans les œufs fécondés.

En général, quelques heures après la ponte, il apparaît, à leur surface, des plis (ou ondulations) peu saillants, rapprochés les uns des autres au nombre de 4 ou 5, à peu près parallèles entre eux, et ne s'étendant, dans le sens de la longueur, que sur une faible partie de l'œuf. Ces plis semblent se former sur tous (ou à peu près tous) les œufs. Les sillons qui les séparent s'enfoncent très peu profondément dans la masse vitelline.

c. Outre les sillons qui viennent d'être indiqués, on trouve aussi, dans la plupart des œufs, un, deux ou trois sillons beaucoup plus nets, rectilignes, s'enfonçant davantage vers l'intérieur de l'œuf. Ils sont plus ou moins nettement parallèles aux précédents et situés dans leur voisinage. Ces sillons n'occupent également qu'une faible étendue, à la surface de l'œuf.

d. Dans un très petit nombre d'œufs seulement, il se forme ensuite des sillons plus développés, simulant parfois assez bien les sillons de segmentation qui se produisent dans l'œuf fécondé. La surface de l'œuf se trouve alors parfois subdivisée en compartiments assez nombreux, par des sillons assez profonds (mais n'atteignant pas le centre de l'œuf) qui se réunissent les uns aux autres de diverses manières. Les segments ainsi délimités sont très inégaux la plupart du temps, et l'on n'observe que très rarement des aspects rappelant celui des œufs normalement segmentés.

e. Si l'on compare ces faits à ceux qui ont été décrits dans les œufs de Grenouille qu'on pique en vue d'y provoquer un développement parthénogénésique, on est frappé de la ressemblance que l'on constate. D'après un travail récent de Maurice Herlant [1], par exemple, on n'observe, sur les œufs de Grenouille piqués avec un stylet de verre, que quelques sillons superficiels incomplets, tardifs, parfois même que de simples plissements plus ou moins fugaces. Il est permis de croire, alors, que la simple piqûre

---

[1] *Étude sur les bases cytologiques du mécanisme de la parthénogenèse expérimentale chez les Amphibiens* (*Arch. de Biologie*, t. XXVIII, 1913).

de l'œuf ne communique en réalité, à celui-ci, aucune propriété nouvelle, puisqu'il peut déjà, sans être piqué, subir la même segmentation.

f. Chez les Batraciens comme chez les Oiseaux, le spermatozoïde, lorsqu'il féconde l'œuf, ne lui communique pas l'aptitude à la segmentation, mais des propriétés nouvelles en vertu desquelles la segmentation sera mieux orientée et la bonne marche du développement assurée. Il y a cependant, entre les Oiseaux et les Batraciens, cette différence que chez les seconds de ces Vertébrés la segmentation qui se produit normalement dans l'œuf non fécondé est beaucoup plus rudimentaire et irrégulière encore que chez les premiers.

ENTOMOLOGIE. — *L'intestin terminal et les glandes rectales de quelques Carabides*. Note de M. **L. Bordas**, présentée par M. Edmond Perrier.

Les *glandes rectales*, qui existent chez un grand nombre d'Insectes, sont très variables quant à leur nombre et à leur disposition. Leur signification morphologique et surtout leurs fonctions physiologiques sont encore énigmatiques. Nous avons, à diverses reprises, étudié ces organes chez les Hyménoptères (1894), chez les Orthoptères (1897) et chez les Lépidoptères (1911).

Ces glandes apparaissent extérieurement chez les Orthoptères, sous la forme de *six* longs bourrelets blanchâtres, équidistants et parcourant longitudinalement tout le rectum. Elles proviennent uniquement d'un développement local exagéré de l'assise épithéliale de l'intestin postérieur. Il est facile, en effet, de suivre tous les termes de passage entre les cellules normales occupant le fond des replis et celles constituant les glandes proprement dites. La forme des bourrelets est des plus variables : prismatique ou pyramidale.

Le nombre de ces glandes varie également dans les divers ordres de la classe des Insectes. Chez la plupart des familles des Lépidoptères, on en compte jusqu'à *deux cent cinquante*. Dans les autres groupes des Hexapodes, elles sont beaucoup moins abondantes. C'est ainsi que certains Diptères n'en possèdent que *quatre*, que les Hyménoptères, les Névroptères et les Orthoptères n'en ont que *six*, etc... Les larves (sauf de très rares exceptions), les Coléoptères et la plupart des Diptères en sont dépourvus. Jusqu'ici, elles n'ont pas été signalées chez les Coléoptères. Nous les avons cependant rencontrées dans quelques espèces (*Procrustes*) de la famille des Carabides.

L'*intestin terminal* du *Procrustes coriaceus* L. présente les caractères suivants : c'est un canal régulièrement cylindrique, court et presque rectiligne. Il reçoit, à son origine, les quatre tubes de Malpighi et présente extérieurement une série de bandelettes longitudinales, qui sont dues soit à des replis épithéliaux internes, soit à des faisceaux musculaires disposés dans le sens antéro-postérieur.

Le tube se rétrécit en arrière et présente une valvule interne plissée, qui marque l'entrée d'une vaste poche ou *ampoule rectale*. Cette dernière, de forme ovoïde, présente à sa surface *six* bandelettes blanchâtres, dirigées d'avant en arrière, dues à des épaississements épithéliaux, comparables, de tout point, aux organes que nous avons déjà décrits, chez les Hyménoptères et les Orthoptères, sous le nom de *glandes rectales*.

Ces bandelettes, allongées et de forme rectangulaire, ont leurs extrémités arrondies et s'arrêtent à une certaine distance des deux extrémités de l'ampoule.

Entre les glandes rectales, se trouvent d'autres bandelettes, très grêles, dues à des replis épithéliaux, et beaucoup plus longues que les précédentes.

Chaque bourrelet glandulaire présente à peu près les mêmes éléments histologiques que la paroi de l'intestin terminal : les différences portent surtout sur la structure de l'épithélium. On trouve, en allant de l'intérieur vers l'extérieur : 1° une membrane ou *intima chitineuse*; 2° une assise de grosses cellules cunéiformes; 3° une membrane basilaire ou *propria*; 4° du tissu conjonctif et des terminaisons trachéennes; 5° des muscles circulaires; 6° des faisceaux musculaires longitudinaux et une très mince membrane ou tunique péritonéale externe.

MORPHOLOGIE DYNAMIQUE. — *La vibration propulsive. Vol plané et vol battu chez les oiseaux.* Note de M. **Frédéric Houssay**, présentée par M. P. Villard.

On distingue chez les oiseaux deux sortes de vol, le battu et le plané, différant à ce point que le dernier est considéré comme s'effectuant sans travail musculaire, ce qui est un insoutenable paradoxe. On a tant écrit sur ces sujets qu'il m'est impossible d'en ébaucher ici une bibliographie; je le ferai ultérieurement, me bornant à présenter mes idées. La théorie que je veux émettre dérive directement de mes recherches sur les poissons ([1]) qui déjà la faisaient prévoir, mais je n'ai pas voulu la produire avant de l'avoir confirmée par l'étude directe des faits et par une longue suite d'observations et d'expériences.

Pour la commodité de l'exposé, séparons deux actes dans la progression des oiseaux : 1° une sustentation; 2° une avancée horizontale. Le premier

([1]) Houssay, *Forme, puissance et stabilité des poissons*, Paris, Hermann, 1912.

est déjà bien exprimé dans son principe et rien de fondamental ne manque pour qu'il soit intelligible; le second me semble tout à fait incompris. On ne comprend bien que l'avancée descendante que je laisse absolument de côté, concentrant l'attention sur le vol horizontal ou ascendant.

On a coutume de dire un *battement d'aile*, traduisant ainsi la vision d'un corps fixe et d'une aile mobile. Or, dans le système d'un oiseau au vol, rien n'est fixe que relativement. Dans le plein vol, quand la vitesse acquise est déjà grande, on peut dire que, par son inertie supérieure et son effacement dans le vent relatif, le corps est relativement fixe sur sa trajectoire et l'aile relativement mobile. Mais il est plus fructueux de se représenter les cas où, la vitesse horizontale étant faible comme dans l'envol battu, l'aile sans doute est mobile, mais le corps aussi, car il effectue d'amples balancés sur l'axe des ailes qui est la région la plus fixée (films ralentis). Enfin, lorsque l'aile est fortement appuyée sur l'air par sa grande surface élastique, comme dans le vol plané, la région la plus fixe est l'aile et il vaut mieux alors se représenter le corps comme *battant sur l'aile*. Ce battement consiste dans le relèvement du corps, ou plutôt de sa partie arrière qui contient le centre de gravité, autour de l'axe des ailes et en sa retombée. Le relèvement se fait par la contraction de tous les muscles pectoraux et thoraciques moins un, le petit pectoral; le rabaissement a lieu presque exclusivement sous l'influence de la seule pesanteur.

Le rythme de soulèvement et de retombée du corps est aisé à se figurer sur l'oiseau qui plane horizontalement en air calme, ce qui est, quoi qu'on dise, la plus jolie condition du vol. Si l'aile offre un bon appui, ce balancement périodique ou vibratoire n'a pas besoin pour être puissant d'une grande amplitude, pas besoin de l'amplitude qui le rendrait visible et il suffit pour donner de l'avancée. Imaginons un oiseau parti d'un point élevé et acquérant par sa chute la vitesse nécessaire à sa sustentation, immédiatement le balancement rythmique ou vibratoire agit. Je dis que c'est lui qui, à partir de ce moment, est créateur de la vitesse horizontale et qu'il suffit pour l'entretien ou même l'amélioration de la sustentation initiale.

Que le balancement périodique d'un système élastique, où tout est épaissi à l'avant, aminci à l'arrière, puisse être propulsif, j'en ai déjà donné et j'en donnerai encore prochainement des preuves directes et expérimentales. Ce n'est, au reste, qu'un cas particulièrement favorable des relations étroites et réversibles entre les phénomènes tourbillonnaires, la translation longitudinale et la vibration transversale qui forment la trame de mon livre sur les poissons. La *vibration propulsive*, perpendiculaire à l'axe du mouvement, manifeste chez les poissons, se retrouve sur les oiseaux, comme aussi bien chez tous les animaux rapides qui prennent appui sur le fluide même dans lequel ils sont immergés; elle a un caractère de grande généralité; c'est un phénomène des plus importants.

Par une série très continue d'intermédiaires, le vol battu se rattache au vol plané. La variable qui crée les différences est la surface relative et l'élasticité de l'aile qui, se réduisant, offrent un appui moindre et, par suite, une moindre fixité pour l'aile. L'air s'enfonce sous elle quand les muscles y veulent prendre appui pour soulever l'arrière du corps; d'où l'introduction progressive du battement qu'on ne doit jamais dire ramé, car jamais l'aile ne revient ouverte d'avant en arrière. Il s'agit toujours d'une vibration transversale d'amplitude et de fréquence variables. Entre les deux sortes de vol, il y a juste les mêmes différences qu'entre la marche sur neige épaisse et molle avec ou sans skis, la marche sur glace avec ou sans clous, et la marche sur grève résistante ou sur vase : la valeur de l'appui est seule en cause. Sans doute, le moindre appui exige un plus grand travail musculaire, mais celui-ci n'est nul dans aucun cas.

La théorie est ainsi présentée dans son essentiel et dégagée des faits très nombreux dont elle sort et qu'elle relie parfaitement. Je voudrais cependant, par un seul cas très sûr, montrer le rapport entre les deux vols. Souvent les oiseaux rencontrent du vent qu'ils sont incapables de remonter; cela arrive par exemple avec du vent de 8^{m} à la seconde pour les hirondelles, martinets, corneilles, choucas, avec du vent de 15^{m} à 20^{m} pour les pigeons. Au moment où ces oiseaux sont immobilisés malgré leurs efforts, ils se mettent à planer et peuvent ainsi gagner contre le vent jusqu'à lassitude. Donc avec une même *force* musculaire, le plané donne plus de *vitesse* que le battu; il est plus *puissant*, toutes choses égales d'ailleurs. Si l'on considère non plus un seul oiseau, mais l'ensemble des oiseaux, toutes choses ne demeurent pas égales d'ailleurs; le planeur ordinaire, utilisant souvent son rendement supérieur, n'exerce pas autant sa musculature qui se développe moins, aussi est-il plus vite calé que les autres oiseaux par les circonstances difficiles.

Dans le plané terminal dont nous parlons, on comprend que le vent accru donne une sustentation plus grande, l'aile devient plus fixe; d'autre part, le corps, effacé avec force dans le lit du vent, ne retombe pas beaucoup et ne peut donc être relevé pour des battements de grande amplitude comme il en effectue dans l'envol; les battements corporels de faible amplitude sont seul permis, c'est le vol plané obligatoire. Un vent encore plus fort, bloquant le corps horizontal sans lui permettre de retomber du tout rendrait l'oiseau rigide et ne lui permettrait plus aucune avancée. On comprend alors pourquoi les palmipèdes dont l'abdomen est long, lourd et difficile à bloquer sont capables de voler et de planer dans des vents calant tous les autres oiseaux.

Il résulte aussi de tout cela que, par sa rigidité constitutionnelle, l'aéro-

plane est dans la condition de l'oiseau calé; sa carrière commence quand celle de l'oiseau finit; toutes les comparaisons faites jusqu'ici entre les deux systèmes reposent sur une extrapolation qu'il faudrait justifier.

HYGIÈNE ALIMENTAIRE. — *De la tyrosine cristallisée dans les fermentations microbiennes.* Note de M. **Maurice Piettre**, présentée par M. A. Dastre.

L'étude des matières alimentaires d'origine animale montre qu'elles peuvent s'altérer, sous l'influence des bactéries, suivant deux processus différents mais souvent simultanés, par souillures des surfaces ou infections des parties profondes.

I. Nous avons montré que la *putréfaction profonde* se fait surtout par la voie sanguine et pendant la période de refroidissement du cadavre.

Sur les cadavres des gros animaux toujours éviscérés aussitôt après l'abatage, les bactéries pénètrent par les vaisseaux et gagnent le centre des masses musculaires.

Les souillures ont lieu, au contraire, au niveau des muqueuses intestinales sur les cadavres des petits animaux (volailles, gibiers) non éviscérés ou éviscérés trop tard.

Cette toute première phase est caractérisée par une fermentation ammoniacale et sulfhydrique qui s'accompagne d'un verdissement des tissus et surtout des graisses superficielles aux dépens de la matière colorante du sang. L'agent actif est un *proteus* que nous avons décrit [1].

Plus tard, ou parfois en même temps, entrent en jeu d'autres espèces (staphylocoques, streptocoques, cocci divers, coli-bacilles) qui peuvent modifier la nature des fermentations, comme nous allons le démontrer.

La putréfaction *superficielle*, essentiellement banale et contingente, se traduit par un ramollissement superficiel qui ne progresse que très lentement. Au point de vue de ses conséquences économiques elle est infiniment moins grave que la putréfaction profonde qui peut compromettre en quelques heures, si les conditions de température sont favorables, des masses énormes de viandes.

---

[1] *Comptes rendus de la Société de Pathologie comparée* (novembre-décembre 1912).

La connaissance de la putréfaction profonde permet de fixer d'une façon scientifique le rôle utile du froid dans la conservation des viandes. On peut en dégager trois conclusions importantes :

1° Les muscles d'un animal sacrifié en bonne santé sont pratiquement stériles;

2° Les carcasses doivent être refroidies aussitôt après leur préparation pour diminuer ou éviter la multiplication des germes et leur pénétration dans les parties profondes par les vaisseaux;

3° On ne doit confier au froid que des viandes stériles en profondeur.

II. En hygiène alimentaire l'examen des viandes soumises au froid est rendu extrêmement délicat par suite des modifications des caractères physiques, consistance, couleur, odeur. Des recherches bactériologiques seraient nécessaires dans chaque cas, ce qui est matériellement impossible. Nous avons donc recherché un indice permettant de reconnaître et d'étudier les lots suspects.

Par des recherches très nombreuses, nous avons constaté que les viandes, volailles ou gibiers, soumis longtemps au froid et après une préparation défectueuse, présentent fréquemment dans leurs tissus de très petits amas blancs ou grisâtres ressemblant à de vrais corps étrangers.

A la surface des muscles ce sont des grains de la grosseur d'une tête d'épingle, arrondis, enchâssés le long des fibres musculaires.

Au centre on rencontre plus fréquemment des stries cristallines, soyeuses, brillantes, d'un blanc nacré. Tous les muscles peuvent en contenir, depuis les pectoraux si tendres du poulet jusqu'aux muscles si épais, si denses du gésier du canard et de l'oie. Les ganglions intermusculaires sont souvent riches en ces dépôts particuliers.

Écrasés, ces grains se montrent formés de fines aiguilles brillantes, déviant fortement la lumière polarisée.

Isolées en quantité suffisante, ces aiguilles sont solubles à chaud dans l'eau distillée et reparaissent par refroidissement; dissoutes très aisément dans l'ammoniaque, elles fournissent de superbes paillettes nacrées, soyeuses après évaporation d'AzH^3. Enfin la solution aqueuse additionnée de suc de Russules brunit rapidement et donne un dépôt noir de mélanine.

Il s'agit donc bien de tyrosine cristallisée qui résulte de fermentations microbiennes comme l'indiquent les prélèvements faits au niveau de ces amas. On isole des proteus, et surtout diverses variétés de staphylocoques; dans certains cas, les germes ne sont plus revivifiables par les cultures.

Nous avons retrouvé de la tyrosine même dans des produits soumis à la cuisson. Dans un fragment de jambon frigorifié pesant $1^{kg},700$ après cuisson, nous avons isolé 0,145 de cristaux.

C'est l'action prolongée du froid qui provoque la cristallisation de la tyrosine et cette action appliquée à des solutions aqueuses de tyrosine permet d'obtenir à la longue une précipitation presque complète de ce corps.

Cette notion explique l'intérêt qu'il y a à soumettre au froid les réactions diastasiques de digestion ou certaines fermentations microbiennes. Nous avons vérifié notamment que des digestions pancréatiques artificielles, qui n'avaient pas donné à l'étuve de tyrosine visible, pouvaient en abandonner de cristallisée après refroidissement.

D'ailleurs dans la pratique, nous avons constaté que sur les cadavres de poulets frigorifiés, l'intestin contient à l'état cristallisé, grâce au refroidissement, la tyrosine de digestion ou de fermentation. En outre, lorsque la mise au froid a été trop tardive ou la conservation mauvaise, on retrouve de la tyrosine dans l'épaisseur des parois intestinales, sur la face péritonéale, dans le péritoine lui-même, au niveau et dans l'épaisseur de la rate, du foie, etc.

III. Au cours de ces recherches sur la putréfaction des viandes, nous avons eu à examiner des altérations très particulières des muscles sur des jambons conservés depuis 15 mois environ. A côté de fragments ramollis, pulpeux, il existait des masses ayant conservé leur forme, leur consistance, mais présentant des îlots blanchâtres, dans la direction axiale des muscles.

Ces îlots qui remplaçaient des fibres musculaires étaient formés d'aiguilles cristallines, brillantes, soyeuses, faciles à identifier avec de la tyrosine. D'une de ces trabécules nous avons isolé 0,126 de tyrosine cristallisée.

Il est difficile de ne pas rapprocher cette description sommaire de celle qui a été donnée du gras de cadavre ou adipocire, d'après les travaux de Chevreul. Mais dans notre observation il s'agissait d'un feutrage d'aiguilles de tyrosine et non, comme on l'admet dans l'adipocire, de cristaux d'acides gras dont on ne peut s'expliquer la formation, ni par saponification des faibles quantités de matières grasses contenues dans les fibres musculaires, ni par dédoublement fermentatif de la molécule albuminoïde dans laquelle aucun procédé chimique n'a pu encore révéler la présence de chaînes de ce groupe.

Conclusion. — La tyrosine peut donc être un excellent indicateur des

fermentations les plus fréquentes dont les viandes de boucherie, volailles, gibiers, etc. sont le siège, elle est aussi un réactif précieux du froid qui, précisément, a pour effet d'atténuer les caractères physiques de ces fermentations.

La présence de cette substance dans les muscles et dans tous les autres organes ne contenant pas normalement de produits de la digestion, justifie la suspicion de putréfaction et rend nécessaire, au point de vue de l'hygiène alimentaire, un examen approfondi dans chaque cas.

GÉOLOGIE. — *Les Sables des Landes dans leurs relations avec les terrasses de l'Adour. Contribution à l'étude de leur origine et de leur âge.* Note de M. J. **Blayac**, présentée par M. Pierre Termier.

Les études dont je suis chargé par le Service de la Carte géologique de France en vue de l'établissement de la Carte au $\frac{1}{320000}$ m'ont amené à faire de nouvelles observations sur les relations des Sables des Landes et des terrasses de l'Adour, observations qui corroborent celles que j'ai récemment recueillies dans la basse vallée de la Garonne [1].

La formation désignée sous le nom de Sables des Landes et sur l'origine et l'âge de laquelle les auteurs ne sont pas encore d'accord comprendrait, d'après Jacquot, Raulin, MM. Linder, Fallot et d'autres, non seulement des sables siliceux, mais aussi des argiles à graviers et des graviers. J'ai montré que, dans le Médoc, entre Beautiran et le bec d'Ambez, cette formation, pliocène pour les uns, quaternaire pour d'autres, en comporte, en réalité deux bien distinctes : 1° des sables vraisemblablement d'origine éolienne et provenant des dunes du littoral; 2° des alluvions fluviatiles (graviers, sables argileux et argiles à graviers) appartenant aux terrasses de la Garonne.

Dans la partie du bassin de l'Adour, comprise sur la feuille au $\frac{1}{80000}$ de Mont-de-Marsan, on se rend compte aisément, grâce aux travaux de mes devanciers, qu'il y a, sur la rive gauche du fleuve, trois terrasses nettement étagées au-dessus de la plaine actuelle.

La plus élevée, celle qui est visible au pic de Montsoué (167^{m}) est, à la longitude de Saint-Sever, à 150^{m}-170^{m}. Je ne dirai rien, aujourd'hui, de cette terrasse qui est

[1] J. Blayac, *Relations des Sables des Landes avec les terrasses de la Garonne* (*Comptes rendus*, décembre 1913).

assez mal connue, très démantelée et n'offre pas un seul témoin sur la rive droite, dans la plaine landaise; son âge reste encore imprécis.

La deuxième terrasse, celle de Saint-Sever est, à la même longitude, à une altitude de 90^{m}-120^{m}. Quoique très entaillée par le ruissellement, on peut la suivre sur de grandes étendues de la rive gauche entre Saint-Sever et Mugron et au delà. Sur la rive gauche, j'incline à croire que les dépôts indiqués sous les termes de glaises bigarrées, m^{4}, font partie de cette terrasse :

Ils sont formés d'argiles où se voient des lits de graviers de quartz roulés et de diverses roches pyrénéennes (quartzites) semblables à ceux de la terrasse moyenne. Ils affleurent sous les sables des Landes en maints endroits, constituant, suivant la juste expression de Jacquot et de Raulin, de remarquables oasis où les cultures sont aussi variées qu'en Chalosse. Leur altitude, à la longitude de Saint-Sever ou de Mugron, est la même que celle de la deuxième terrasse en ces localités (exemple Villenave, 114^{m}; Beylongue, 90^{m}). De l'avis même de Jacquot et Raulin ces dépôts m^{4} n'appartiennent pas aux sables des Landes; ces savants les classent, avec doute d'ailleurs, dans le Miocène supérieur. Mais, par l'altitude régulièrement décroissante de leurs affleurements entre la longitude de Saint-Sever et la mer, sur la rive droite de l'Adour, il y a lieu de supposer que ces glaises bigarrées à graviers font peut-être partie de la terrasse moyenne du fleuve dont les crues de débordement ont pu aisément se répandre très au loin vers le Nord sur la plaine landaise exondée depuis la fin de l'Helvétien.

Quoi qu'il en soit, les sables des Landes (*sensu stricto*) dépourvus de graviers et d'argile recouvrent directement ces sédiments m^{4} et en sont bien indépendants.

La terrasse inférieure est à une altitude qui varie entre 40^{m} et 70^{m}; elle domine la plaine d'inondation de 10^{m} environ; elle a été parfaitement reconnue en bordure de la vallée (rive landaise) entre Saint-Sever et Goutz, par Jacquot et Raulin qui, à tort de toute évidence, l'indiquent surmontant les sables des Landes. Son âge est nettement précisé car c'est d'elle que proviennent les restes d'*Elephas primigenius* cités par Raulin aux environs de Mont-de-Marsan [1]. Cette terrasse n'a pas été signalée plus au Nord par mes savants prédécesseurs. Je l'ai suivie dans la vallée de la Midouze, affluent de l'Adour, qui l'a mise à jour sur une grande partie de ses berges entre Mont-de-Marsan et Tartas où on la voit constituée par d'énormes amas de galets et graviers de quartz, de quartzite, de granite et d'autres roches pyrénéennes, même calcaires. A noter que le bassin de la Midouze est entièrement fait de terrains tertiaires (calcaires, mollasses, faluns, etc.).

Tous ces éléments lithologiques sont d'ailleurs les mêmes que ceux de la terrasse inférieure qui borde la plaine d'inondation (Benquet, La Mothe, Goutz, etc.). En remontant le cours de quelques rivières affluentes de la

(1) V. Raulin, *Notes géologiques sur l'Aquitaine*, 1 vol. in-8°, 1859, p. 398.

rive droite de la Midouze, on peut encore voir les mêmes alluvions, mais d'un calibre de plus en plus petit, passer à des argiles à graviers et à des glaises exploitées pour la tuilerie. Ces dépôts alluvionnaires, toujours recouverts par les sables des Landes, ont une puissance qui, dans la vallée de la Midouze, à Meilhan, par exemple, atteint de 15^m à 18^m. En raison de leur altitude régulièrement décroissante, il me paraît certain qu'il faut leur attribuer les argiles de Magescq, localité située à 18^{km} de l'Adour, dans l'angle S.W. de la feuille de Mont-de-Marsan, où MM. Dubalen et Harlé ont découvert des restes remarquables d'*Elephas primigenius* et de *Rhinoceros tichorinus*, sous les sables des Landes.

Il faudra certainement considérer comme faisant partie de la terrasse inférieure les argiles à graviers que j'ai reconnues dans le cours inférieur des affluents de la Midouze et qui, jusqu'à ce jour, avaient été confondues dans le complexe de la formation du *Sable des Landes*. Ces rivières, dans leur cours inférieur, ont creusé leur lit dans ces argiles à graviers; dans leur cours supérieur, elles ont entamé les argiles à graviers de la terrasse moyenne; aussi peut-on constater dans le lit et sur les berges des cours d'eau de nombreux graviers mélangés aux sables des Landes remaniés par l'eau courante. Le mélange de sables et de graviers se trouve nettement cantonné aux abords immédiats des thalwegs; *c'est un dépôt alluvionnaire récent.*

En résumé, aussi bien dans le bassin de l'Adour que dans celui de la Garonne, la formation désignée sous les termes de *Sables des Landes* doit désormais être subdivisée en deux parties bien distinctes et d'âge différent :

1° Un sable siliceux, vraisemblablement éolien, postérieur au dépôt de la terrasse inférieure des deux fleuves, c'est-à-dire de la terrasse à *Elephas primigenius*, et provenant sans doute des dunes du littoral.

2° Des alluvions fluviatiles déposées par la Garonne et par l'Adour (graviers, argiles à graviers), appartenant suivant leur altitude, soit à la terrasse inférieure, soit à la terrasse moyenne de ces deux cours d'eau.

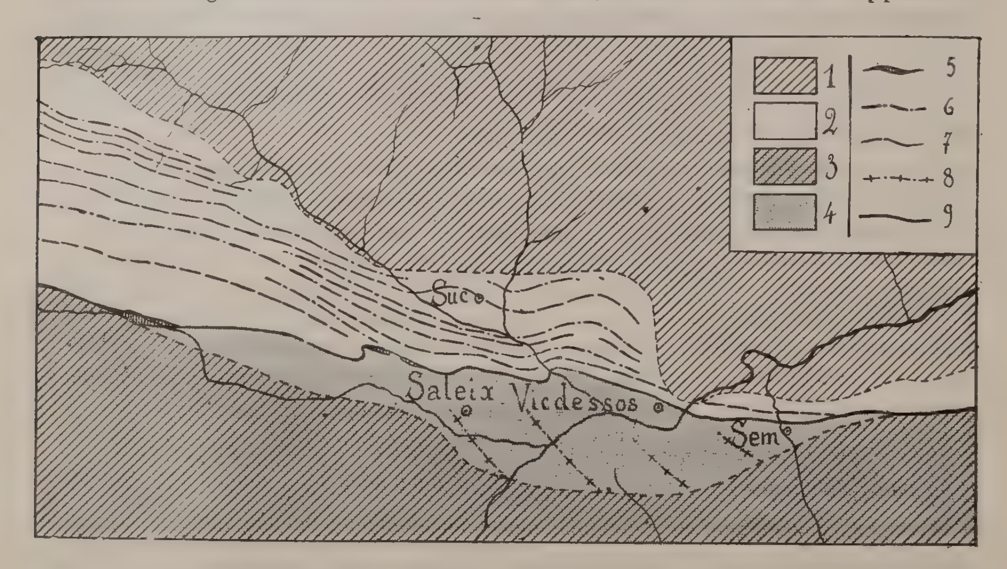
Les sables des Landes (*sensu stricto*), entièrement dépourvus de graviers, sont partout, dans la plaine landaise, nettement superposés à ces dépôts alluvionnaires.

GÉOLOGIE. — *Sur la distinction de deux séries secondaires superposées aux environs de Vicdessos (Ariège).* Note de M. **Michel Longchambon**, présentée par M. Pierre Termier.

La bande de terrains secondaires qui limite au Sud le massif granito-gneissique des Trois-Seigneurs, depuis Miglos à l'Est jusqu'à Seix à l'Ouest,

suggère à première vue l'idée d'un synclinal, affecté d'une série de replis fortement poussés au Nord. Cette allure est bien certaine au nord d'Aulus et, lorsqu'on descend la vallée entre Aulus et Ercé, on peut reconnaître dans les deux flancs de l'aire synclinale les diverses formations du Secondaire nord-pyrénéen métamorphique, à l'exclusion de l'Albien.

Dans la région de Saleix et de Vicdessos, la seule différence apparente



Échelle : $\frac{1}{80000}$.

1. Terrains primaires du massif des Trois-Seigneurs (nappe B); 2. Terrains secondaires métamorphiques et à roches vertes de la nappe B; 3. Terrains primaires de la zone primaire axiale; 4. Terrains secondaires de la bordure de cette zone (série A); 5. Zones de mylonite; 6 et 7. Anticlinaux et synclinaux du Secondaire de la nappe B; 8. Anticlinaux de la série secondaire A; 9. Surface de charriage.

est l'existence des couches noires albiennes, semblant marquer l'axe d'un synclinal. Mais, si l'on examine attentivement la succession des couches à partir de cet Albien, tant vers le Sud que vers le Nord, voici ce qu'on observe sur le méridien de Vicdessos. Au Sud, il existe sous l'Albien une série régulière et normale, peu plissée, formée d'Urgo-Aptien calcaire, fortement imprégné de matière organique, puis de dolomies jurassiques noires et fétides et enfin du Lias noir schisteux et calcaire. Au contraire, au nord de l'Albien se rencontre immédiatement une série très plissée, débutant par une brèche marmoréenne, à laquelle font suite le Lias noir entièrement silicaté et ses calcaires zonés à minéraux (dipyre, etc.), puis les dolomies jurassiques blanches, marmoréennes, à actinote et dipyre,

et enfin la brèche urgonienne très cristalline. *Entre l'Albien de Vicdessos et la brèche du Lias, base de la montagne d'Engral, il y a donc un contact anormal.*

D'ailleurs, quand on suit pas à pas ce contact depuis Sem jusqu'au petit col de Saleix, on reconnaît nettement l'individualité tectonique du flanc nord du pseudo-synclinal de Vicdessos. C'est l'aire synclinale tout entière d'Aulus, c'est-à-dire un complexe marmoréen avec roches vertes, qui vient reposer sur l'Albien d'une série non métamorphique par l'intermédiaire, tantôt de la brèche du Lias, tantôt des dolomies jurassiques, et, en maints endroits, d'une lame de mylonite grossière, formée de fragments empruntés à toutes les roches nord-pyrénéennes.

En résumé, il y a deux séries pétrographiques et tectoniques dans le Secondaire de Vicdessos : l'une est la couverture discordante du Primaire de Goulier et du Rancié, légèrement chevauchée par le granite aux environs d'Auzat. Elle n'est pas métamorphique et elle s'enfonce sous une série au contraire très métamorphique, extrêmement plissée et présentant, avec le massif granito-gneissique des Trois-Seigneurs, les relations d'une couverture normale.

Cette conclusion confirme pleinement la conception d'une origine charriée pour le massif des Trois-Seigneurs, exposée par M. Léon Bertrand d'après l'étude des environs de Miglos-Larnat et d'Oust-Massat. En outre, en employant la terminologie créée par lui, comme le massif des Trois-Seigneurs appartient à la nappe B, il est naturel d'attribuer l'Albien de Vicdessos et les replis anticlinaux urgoniens de Saleix, du pic de Risoul et de Sem à la réapparition momentanée de la série A, disparue à l'Est depuis Larnat sous les ondulations de la nappe B. C'est ce que traduit la Carte schématique ci-dessus, destinée à préciser la portion correspondante de la feuille géologique de Foix. D'ailleurs, dans la notice tectonique accompagnant les coupes annexées à cette feuille, M. Léon Bertrand avait indiqué la probabilité de cette réapparition (Tectonique de la feuille de Foix : *Bul. Serv. Carte géol. de France*, n° 134, p. 14).

GÉOLOGIE. — *Sur la signification tectonique des plis du faisceau du littoral entre Nice et Menton.* Note de M. E. **Maury**, présentée par M. Pierre Termier.

L'existence d'une grande nappe pyrénéo-provençale et de plis couchés inférieurs appartenant au même système, provenant de grands mouvements du Sud au Nord, vient d'être établie par MM. Léon Bertrand et A. Lanquine, dans le sud-ouest des Alpes-Maritimes, à l'ouest du cours inférieur du Var. M. Léon Bertrand et moi avons pensé qu'on devait rechercher la prolongation des mêmes faits dans la région plus orientale, à l'est du Var, qu'il avait étudiée autrefois; c'est le résultat de ces premières recherches, en partie faites en commun, que j'expose ici.

Au sud de la grande cuvette synclinale de Berre-Contes, comprenant le Nummulitique et le Crétacé supérieur, il existe jusqu'au littoral une série de plis appelée par M. Léon Bertrand *Faisceau du Littoral*, formée par des plis parallèles à la côte, c'est-à-dire de direction W-E ou WSW-ENE, et ayant pour noyau du Jurassique à faciès provençal. Parmi ces plis, les uns sont directement enracinés, tandis que d'autres sont des digitations d'une nappe pyrénéo-provençale qui s'est étalée au-dessus d'autres plis constituant le bord d'une chaîne formant le prolongement de celle des Maures. Ces plis, qui sont anté-miocènes, ont été ensuite en partie repris par les plissements alpins, de direction inverse, qui en ont déformé l'allure générale.

Au milieu de ces complications, nous avons pu établir qu'il ne reste de cette nappe qu'une partie de ses digitations frontales, plongeant vers le Nord. Ces digitations, parallèles entre elles, ont même orientation que les plis enracinés inférieurs et, à cause des mouvements alpins qui les ont reployés vers le Sud, elles paraissent le plus souvent n'être que des plis autochtones de l'époque alpine. Nous avons pu reconnaître au moins cinq digitations principales qui sont, du Sud au Nord :

1° La partie supérieure de la Tête-de-Chien, au-dessus de Monaco;

2° L'arête portant la ligne des forts de la Drette au Mont Bataille, au-dessus de la Turbie;

3° La nappe du Mont Agel;

4° Celle du Mont Baudon;

5° Celle du Mont Ungrand, à Saint-Siméon, la plus éloignée de la côte et la moins développée.

Celle du Mont Agel, la plus compliquée, est elle-même formée de plusieurs digitations, qui se sont produites soit par des replis secondaires, soit par glissement des assises, les unes sur les autres. Ces digitations, sur lesquelles sont bâtis les villages de Peille et de Peillon, sont très nettes vers l'Ouest, mais se rejoignent vers l'Est, près de Sainte-Agnès.

Tous ces lambeaux isolés de la grande nappe sont caractérisés par leur même orientation et leur même plongement vers le Nord. On n'a jamais qu'un seul côté du pli, dont il manque tout le flanc inverse; le Trias apparaît le plus souvent à la base du Jurassique, mais extrêment laminé. En dehors de ces digitations, il en existe encore d'autres plus petites, représentées aussi par du Jurassique ennoyé dans du Cénomanien. Enfin, dans la nappe du Mont Bataille, il existe, au-dessus de Saint-Roman, une série d'autres digitations dans la masse même du Jurassique; sur une même coupe Nord-Sud, on y voit plusieurs répétitions des dolomies kiméridgiennes et des calcaires rauraciens et séquaniens, répétitions qu'on ne retrouve plus à l'Ouest.

Au-dessous de cette grande nappe, les plis enracinés apparaissent du côté de l'Ouest. En allant du Sud au Nord, on trouve deux nappes enracinées couchées vers le Nord, dont il manque tout le flanc inverse à noyau triasique et infraliasique, celles de Beaulieu et du Mont Pacanaglia. Cette dernière conserve cependant une partie de son flanc inverse; en allant vers l'Est, il augmente de plus en plus et, après Eze, on voit, au contraire, manquer complètement le flanc sud, par suite de mouvements alpins.

Plus au Nord, au confluent des deux Paillons de Contes et de l'Escarène, en amont de Drap, le pli du Mont Férion, bien enraciné, change de direction pour devenir Ouest-Est; en même temps, il se renverse vers le Sud, au-dessus du vallon de Laghet et sur ce pli vient s'étaler la nappe du Mont Agel. Sur le sentier de Peillon à la Turbie, le passage de ce pli sous la nappe est très visible, et il est facile de suivre la ligne de séparation. Un peu plus à l'Est et au Nord, entre la chapelle de Saint-Pancrace et le pied du Mont Agel, on voit encore un témoin de la zone autochtone, constitué par un bombement de calcaire portlandien, entouré de tous côtés par le Crétacé, apparaissant comme une fenêtre au travers de la nappe déchirée du Mont Agel.

GÉOLOGIE. — *La tectonique de la sierra Morena.* Note de M. **Jean Groth**, présentée par M. Pierre Termier.

La sierra Morena est une région de plis hercyniens dirigés NW-SE à WNW-ESE, fortement pénéplainés, mais rajeunis à une époque récente.

Au Nord, le synclinal dévono-carbonifère d'Almaden-Puertollano la sépare des Montes de Toledo. A l'ouest de ce bassin, à Almaden, affleure une série dévonienne que j'ai décrite sommairement dans une Note précédente ([1]). Limité au Nord et à l'Est par des lignes de contact anormal, ce lambeau a été décroché par l'accident d'Almadenejos de quelques kilomètres au nord du synclinal silurien d'Almadenejos-Brazatortas dont il n'est que le prolongement. A l'Est, à Puertollano, le synclinal silurien s'élargit un peu et contient du Stéphanien à peine plissé.

Au sud de ce bassin, la large vallée de l'Alcudia constitue un anticlinal cambrien que j'ai pu suivre sur plus de 100^{km} de longueur de Peñalsordo au rio Jándula.

Entre l'anticlinal cambrien de l'Alcudia au Nord et l'axe granitique d'Hinojósa-Villanueva de Córdoba au Sud, on rencontre les hautes crêtes de la sierra Morena : sierra Madroña, sierra de Almadén. Ce sont des murailles presque verticales de grès armoricain qui séparent les vallées profondément entaillées dans les schistes à Calymènes (valle del Escorial) ou dans les schistes à Goniatites (Guadalmez). Un régime de plis isoclinaux fait réapparaître trois fois le grès armoricain (Horcajo, El Hoyo). Cette région est limitée au Sud par un grand chevauchement que suit longtemps le rio Guadalmez. Il met en contact anormal le Gothlandien avec des schistes sans fossiles assimilables au Précambrien.

Toute cette région nord de la sierra Morena : bassin d'Almaden-Puertollano, anticlinal de l'Alcudia, synclinal de Guadalmez-El Hoyo, subit un régime de plis isoclinaux affectés seulement d'accidents locaux tels que le décrochement d'Almadenejos ou le chevauchement du rio Guadalmez.

Le centre de la sierra Morena est occupé par un axe granitique très important que j'ai recoupé à Villanueva del Duque Conquista, Villanueva de Córdoba et qui, suivant la carte géologique d'Espagne, se prolonge vers le Sud-Est jusqu'à Linares. Ces granites n'ont donné lieu qu'à un métamorphisme de contact peu important. Ils constituent une grande plaine à reliefs très adoucis.

Au sud de cet axe granitique, on rencontre une série sans fossiles de schistes ardoisiers, de grès et de quartzites que je rapporte jusqu'à nouvel

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 158, 8 juin 1914.

ordre au Précambrien. L'absence de points de repère ne permettrait pas d'en étudier la tectonique sans l'existence d'un lambeau dévonien et surtout sans celle du bassin houiller de Belmez.

J'ai pu suivre, du Zujar au Guadalquivir, ce bassin beaucoup plus étendu que ne l'indique la Carte géologique d'Espagne. Il atteint, d'ailleurs, le Guadalquivir, non pas près de Cordoue, mais à Adamuz en passant au nord des Umbrias.

Au sud de ce bassin, commence une série métamorphique : micaschistes d'El Hoyo, pegmatites de la Sierra de los Santos, granites au confluent du Guadiato et du Guadanuño. Ce métamorphisme est anté-carbonifère.

Dans la partie de la sierra Morena située au sud de l'axe granitique de Villanueva de Córdoba, nous avons affaire à des plis dirigés NW-SE à WNW-ESE et, en général, fortement déversés vers le Nord (bassin de Belmez). Partout où des repères stratigraphiques permettent de les apprécier, on rencontre des accidents importants : une écaille entre Monterrubio de la Serena et Peraleda de Zoucejó, un pli-faille à Espiel, un chevauchement à Villaharta, une série d'écailles au sud-est d'Ovejo. Cette dernière région est une aire de surélévation des plis, fortement métamorphisée et où les rios entament profondément la pénéplaine rajeunie. Le bassin de Belmez, réduit à son flanc sud, se prolonge jusqu'à Adamuz en suivant la vallée du Guadalbarbo comme je l'ai indiqué en 1913 [1]. Son flanc nord a disparu et repose sur une série métamorphique qui recouvre elle-même la bande carbonifère du Castillo de Lara-Peñas del Halcón, située plus au Nord. A partir du barrage du Guadamellato, un troisième lambeau houiller (Peñas Rubias-Ermita de Alto Jesús) suit pendant quelques kilomètres le bassin de Belmez-Adamuz qui s'ennoie ensuite sous le Néogène horizontal de la vallée du Guadalquivir. La région des Umbrias d'Ovejo présente donc une structure imbriquée qui fait réapparaître trois fois une même série carbonifère à *Productus semireticulatus* Martin (Pasada de las Mestas).

La sierra Morena nous apparaît comme une région hercynienne constituée par des terrains sans fossiles : granites, séries métamorphiques, Précambrien et Cambrien de l'Alcudia. L'axe granitique de Villanueva de Córdoba semble avoir joué dès le Cambrien le rôle de barrière émergée au nord de laquelle s'est déposée une série siluro-dévonienne qui a été plissée à l'époque carbonifère. Le Stéphanien de Puertollano, resté subhorizontal, date l'âge des plis hercyniens dans le sud de l'Espagne.

Au Sud, au contraire, une puissante série précambrienne et cambrienne a été fortement métamorphisée et plissée dans le géosynclinal de la sierra de los Santos. C'est transgressivement, sur ces couches déjà atteintes par le métamorphisme, que s'est déposé le Westphalien de Belmez. Il a été plissé à son tour et une poussée venue du Sud a produit les accidents que j'ai sommairement décrits plus haut.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 156, 9 juin 1913.

Après la période anthracolithique, les plis hercyniens n'ont que peu ou pas rejoué : la région a joué le rôle d'un horst subissant de simples mouvements épéirogéniques. Les plis s'ennoyant vers le SE, descendaient doucement à l'époque néogène sous le golfe du Guadalquivir. Puis un relèvement a eu lieu, maximum semble-t-il dans le sud de la sierra Morena, et portant les dépôts tertiaires à une altitude parfois très grande (420^m à la Mesa de Matatoros). Ce relèvement de la région a rajeuni l'érosion, donné naissance aux profondes gorges des Umbrias d'Orejo, et obligé de nombreux rios, qui jusque-là coulaient SE à 45° avec le Guadalquivir (rio Guadiato), à abandonner leur lit et à se frayer un passage vers le SW, vers l'aval.

M. **Guéritot** adresse une Note intitulée : *Sur une méthode expérimentale de détermination des courbes métacentriques de l'aéroplane.*

(Renvoi à la Commission d'Aéronautique.)

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures trois quarts.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 22 juin 1914.

Tables annuelles de constantes et données numériques de Chimie, de Physique et de Technologie, publiées sous le patronage de l'Association internationale des Académies; t. III, année 1912. Paris, Gauthier-Villars, 1914; 1 vol. in-4°.

Les Arachnides de France, par Eugène Simon, Correspondant de l'Institut; t. VI, 1re Partie. Paris, L. Mulo, 1914; 1 vol. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Lehrbuch der abzählenden Methoden der Geometrie, von H.-G. Zeuthen, mit 38 Figuren im Text. Leipzig et Berlin, B.-G. Teubner, 1914; 1 vol. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Le rôle des Mathématiques dans les sciences de l'Ingénieur, par Maurice d'Ocagne. Paris, Armand Colin, 1914; 1 fasc. in-8°. (Présenté par M. Appell.)

Les progrès récents de l'Astronomie, par Paul Stroobant; VI, année 1912. Bruxelles, Hayez, 1914; 1 vol. in-12. (Présenté par M. Deslandres.)

Nova Caledonia : Recherches scientifiques en Nouvelle-Calédonie et aux îles Loyalti, par Fritz Sarasin et Jean Roux. A : *Zoologie*; t. I, l. IV. Wiesbaden, C.-W. Kreidel, 1914; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. Perrier.)

Société d'Histoire naturelle d'Autun; 26e Bulletin. Autun, Dejussieu et Demasy; 1914; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. A. Lacroix.)

Les pierres précieuses, par Jean Escard. Paris, H. Dunod et E. Pinat, 1914; 1 vol. in-4°. (Hommage de l'auteur.)

Travaux du Laboratoire de Géologie de la Faculté des Sciences de l'Université de Grenoble, 1912-1913; t. X, 2e fascicule. Grenoble, Allier frères, 1914; 1 vol. in-8°.

Mémoires de l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse; 11e série, t. I. Toulouse, Douladoure-Privat, 1913; 1 vol. in-8°.

Actes de la Société linnéenne de Bordeaux; t. LXVII. Bordeaux, A. Saugnac, 1913; 1 vol. in-8°.

ERRATA.

(Séance du 17 novembre 1913.)

Note de M. *Germann*, Revision de la densité de l'hydrogène; densité de l'air de Genève :

Page 926, dans le titre, *au lieu de* F.-O. Germann, *lire* Albert-F.-O. Germann; *au lieu de* hydrogène, *lire* oxygène.

(Séance du 15 juin 1914.)

Note de M. *Hönigschmid* et Mlle *Horovitz*, Sur le poids atomique du plomb de la pechblende :

Page 1796, dans le titre, *au lieu de* St.-Horovitz, *lire* St. Horovitz.